EPREUVES DE MATHEMATIQUES

B.P. : 5351 DOUALA – CAMEROUN
Tél. : 33 42.28.90
Email : collibermann@yahoo.fr
Web : www.collibermann.org

EPREUVE DE MATHEMATIQUES		
Classe de Tle C		
Date : 26/02/2021	Durée : 4h	Cœff. : 7

EVALUATIONS DES RESSOURCES : 15.5 points

Exercice 1 : 3.5 points

1) Détermine l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant la relation

   a) $\arg(\bar{z}-1-i) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$; b) $\arg(\frac{z-2i}{z-1+i}) \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$;

   c) $|\bar{z}+1-4i| = |z-2i|$ 0.5x3pts

2) Ecris sous forme trigonométrique les complexes suivants

   a) $1+\sin\frac{\pi}{6}$; b) $-i\cos\frac{\pi}{12}$; c) $\frac{2+2i}{3-3i\sqrt{3}}$; d) $\frac{\sin\frac{\pi}{12}-i\cos\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12}-i\sin\frac{\pi}{12}}$ 2pts

Exercice 2 : 3.5 points

On considère l'équation $(z-3i)^5 - \bar{z} - 3i = 0$ (E) d'inconnu z

1- a) Vérifie que $3i$ est une solution de (E) 0.25pt

b) Démontre que si z est solution de (E) distincte de 3i, alors $|z-3i| = 1$ 0.75pt

2- Résous dans $\mathbb{C}$ (E) 1.5pt

3- Justifie que les points images des solutions de (E) distincts du point A d'affixe 3i sont les sommets d'un polynôme régulier 1pt

Exercice 3 : 3.5 points

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x - \frac{1}{2} + 2e^{|x|}$ et la droite (D_h) d'équation $y = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{k}$ où $k \in \mathbb{R}$ et $k \geq \frac{1}{2}$.

1. a) Etudie la dérivabilité de f en 0. 0.5pt

   b) justifie que la courbe (Γ) admet un point anguleux B et précise les équations des demi-tangentes à (Γ) en B 1pt

2. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations 1pt

3. a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe (Γ) 0.5pt

c) Représente la courbe (Γ) et la droite (D) dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ 1.5pt

4. a) Justifie que (Γ) et (D_k) se coupent en deux points M_k et N_k dont tu préciseras les coordonnées (l'abscisse de N_k étant inférieure à celle de (M_k) 0.75pt

b) Etudie la position relative (Γ) et (D_k) 0.75pt

c) Démontre que le milieu P_k du segment $[M_k N_k]$ appartient à une droite dont on précisera une équation 0.25pt

5. Justifie que les triangles BN_kP_k et BM_kP_k ont la même aire $S_{(k)}$, exprimer en unité d'aire $S_{(K)} = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{1}{k}\right) ln2k$ 0.75pt

6. On considère la fonction g définie sur $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ par $g(x) = \ln(2x) - 4(\frac{2x-1}{2x+3})$

   a) Etudie les variations de la fonction g 0.75pt

   b) Déduis en l'existence et l'unicité d'un nombre réel k telle que $g(k) = 0$. Donne un encadrement de k par deux entiers consécutifs 1pt

EVALUATIONS DES COMPETENCES (4.5 points)

Pour susciter l'inscription des élèves en série C, la commune de Doumé a organisé un championnat doté de prix pour les élèves des classes de 3ème. Les élèves de la classe de Terminale C ont été chargés de la préparation de la salle.

Deux cents chaises ont été déplacées des salles de classe vers la salle de fête par un groupe d'élèves composés des filles et des garçons. Les garçons ont pris chacun 8 chaises et les filles ont pris chacune 5 chaises. Il y a plus de garçons que de filles dans le groupe.

Le premier prix est un objet en verre en forme de cube ABCDEFGH comportant la configuration (Γ) de l'espace définie par l'ensemble des points M de l'espaces tels que $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right) \cdot \left(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MH}\right) = 0$. On désigne par O le centre du carré ABCD et O' le centre du carré EFGH.

Nelly une élève de Tle C muni l'espace d'un repère orthonormé direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$ et cherche à déterminer la nature de (Γ) et si possible les coordonnées des points de rencontre de la droite (AG) et (Γ).

Compte tenu de la superficie disponible de la salle, Nelly estime qu'il faut un nombre a d'ampoule pour l'éclairage et un nombre b de tables. D'après les calculs elle se rend compte que : $\begin{cases} 3a + 7b = 1020 \\ pgcd(a, b) = 20 \end{cases}$

Tâche 1 : Détermine le nombre de garçons et de filles ayant procédés aux ramassages des chaises 1.5pt

Tâche 2 : Détermine la nature de (Γ) et si possible les coordonnées des points d'intersections de (Γ) et (AG) 1.5pt

Tâche 3 : Détermine le nombre d'ampoules et le nombre de tables 1.5pts