OFFICE DU BACCALAURÉAT DU CAMEROUN

DIRECTION

DIRECTION DES EXAMENS DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE GÉNÉRAL

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail - Patrie

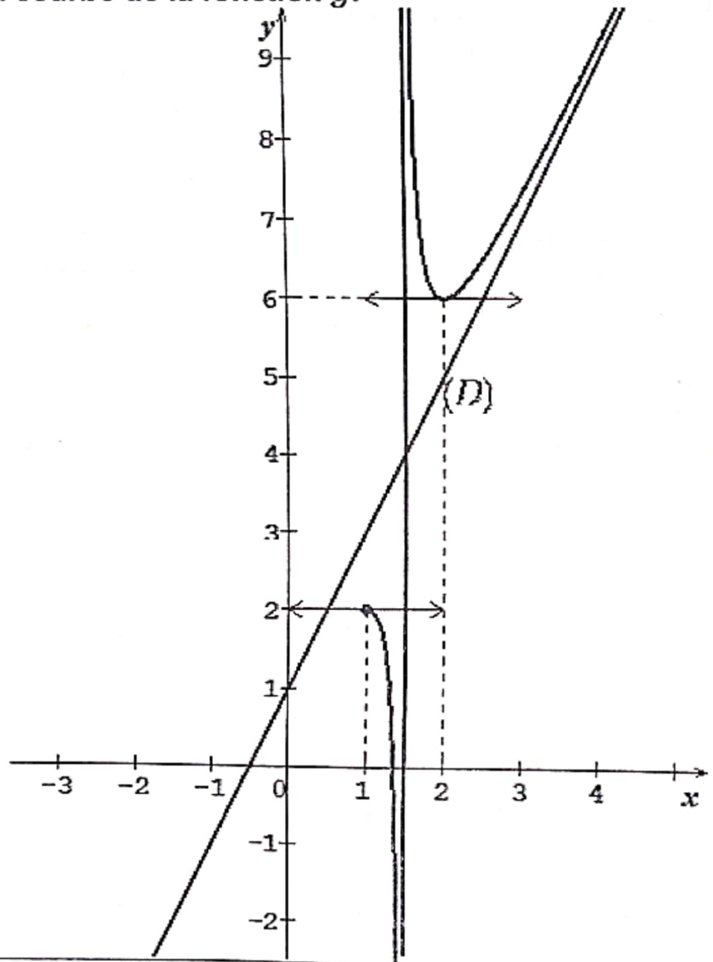
CORRIGÉ HARMONISÉ NATIONAL

EXAMEN: **PROBATOIRE**
ÉPREUVE : **MATHÉMATIQUES**
SÉRIE : **C_E**

SESSION: **2024**
DURÉE: **3 HEURES**
COEFFICIENT: **6_5**

PARTIE A. ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points		
RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	**BARÈMES**	**COMMENTAIRES**
EXERCICE 1 **3 points**		
1. a) Démontrons que la droite (BC) est orthogonale au plan (AID). (ID) est la hauteur relative à la base $[BC]$ du triangle équilatéral BCD, d'où (BC) et (ID) sont perpendiculaires. En outre, (IA) est la hauteur relative à la base $[BC]$ du triangle équilatéral ABC, d'où (BC) et (IA) sont perpendiculaires. Les droites (IA) et (ID) sont deux droites sécantes du plan (AID). Donc la droite (BC) est orthogonale au plan (AID).	**1 pt**	**0,25 pt** pour la justification des droites perpendiculaires (BC) et (ID). **0,25 pt** pour la justification des droites perpendiculaires (BC) et (IA). **0,25 pt** pour (IA) et (ID) sécantes **0,25 pt** pour la conclusion.
1. b) Justifions que le point $H \in [ID]$. (AH) est la hauteur du tétraèdre régulier $ABCD$, ainsi H est le centre de gravité du triangle équilatéral BCD, d'où H est l'intersection des médianes de BCD parmi lesquelles $[ID]$. Donc $H \in [ID]$.	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
1. c) Déduisons- en que les droites (BC) et (AH) sont orthogonales. D'après les questions précédentes, H est point est du plan (AID), ainsi (AH) est une droite du plan (AID). Puisque (BC) est orthogonale à (AID), alors les droites (BC) et (AH) sont orthogonales.	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
2. Démontrons que les plans (AID) et (BCD) sont orthogonaux. La droite (BC) est une droite du plan (BCD) et (BC) est orthogonale au plan (AID), donc les plans (AID) et (BCD) sont orthogonaux.	**1 pt**	**0,75 pt** pour la démarche **0,25 pt** pour la conclusion.

EXERCICE 2 — 3,5 points		
1. Caractérisons l'isométrie $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$. On a : $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$, d'où $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)} = S_{(BC)} \circ S_{(IJ)} \circ S_{(IJ)}$. Donc $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)} = S_{(BC)}$ qui est la symétrie orthogonale d'axe (BC).	0,5 pt	**0,25 pt** pour la nature : symétrie orthogonale. **0,25 pt** pour l'axe de symétrie: (BC).
2. Déduisons – en la nature et les éléments caractéristiques de f. $f = S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)} = S_{(IC)} \circ S_{(BC)} = R(C; -\frac{\pi}{2})$ qui est la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.	0,75 pt	**0,25 pt** pour la nature. **0,25 pt** pour le centre. **0,25 pt** pour un angle.
3. a) Montrons que $B = bar\{(M,3),(C,1)\}$. On a : $M = bar\{(B,-4),(C,1)\}$, d'où $-4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$, qui est équivalent à $4\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$, soit à $3\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$. Donc $B = bar\{(M,3),(C,1)\}$.	0,5 pt	Apprécier la démarche.
3. b) i. Montrons que L est le barycentre des points A ; M et C affectés des coefficients que nous préciserons. On a : $L = bar\{(A,1),(B,2)\} = bar\{(A,2),(B,4)\}$ et $B = bar\{(M,3),(C,1)\}$, d'où $L = bar\{(A,2),(M,3),\ (C,1)\}$. Donc L est le barycentre des points A ; M et C affectés des coefficients respectifs 2 ; 3 et 1.	0,5 pt	Apprécier la démarche.
3. b) ii. Déduisons – en que L est le milieu de $[KM]$. D'après la question précédente, $L = bar\{(A,2),(M,3),\ (C,1)\}$. Et par le barycentre partiel $K = bar\{(A,2),(C,1)\}$, il vient que $L = bar\{(A,2),\ (C,1),(M,3)\} = bar\{(K,3),(M,3)\}$. Ainsi L est l'isobarycentre des points K et M, donc L est le milieu de $[KM]$.	0,5 pt	Apprécier la démarche.
4. Déterminons l'ensemble des points N du plan tels que : $\|2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC}\| = \|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB}\|$. D'après la question 3. b) i., on a $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC} = 6\overrightarrow{NL}$. D'où $\|2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC}\| = \|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB}\| \Leftrightarrow \|6\overrightarrow{NL}\| = \|\overrightarrow{AB}\| \Leftrightarrow LN = \frac{AB}{6}$. Donc l'ensemble de ces points N du plan, est le cercle de centre L et de rayon $\frac{AB}{6}$.	0,75 pt	**0,25 pt** pour $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC} = 6\overrightarrow{NL}$ **0,25 pt** pour la nature de l'ensemble : cercle. **0,25 pt** pour le centre : L et le rayon : $\frac{AB}{6}$.
EXERCICE 3 — 4 points		
1. En nous servant du tableau de variation de f : **a) Déterminons l'ensemble de définition D_f de f.** $D_f = \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$.	0,25 pt	
b) Déterminons l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes : i) $f'(x) \leq 0$, $S = \left[1; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; 2\right]$; ii) $f(x) \geq 6$, $S = \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$.	2×0,5 pt	**0,5 pt** pour chaque ensemble solution.

2. a) Démontrons que la droite (D): $y = 2x + 1$ est une asymptote à (C_f). En effet : $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - y] = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{2x-3} = 0$ ou $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y] = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{2x-3} = 0$.	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
2. b) Démontrons que le point $\Omega\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ est le centre de symétrie de (C_f). Soit $x \in D_f$, $3 - x \in D_f$ et $f(3-x) + f(x) = \frac{(3-x)^2-4(3-x)-2}{2(3-x)-3} + \frac{x^2-4x-2}{2x-3} = \frac{16x-24}{2x-3} = 8 = 2 \times 4$. Donc le point $\Omega\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ est le centre de symétrie de (C_f).	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
3. a) Construisons la courbe de la fonction g. 	**1 pt**	**0,25 pt** pour l'asymptote verticale. **0,25 pt** pour l'asymptote oblique. **0,25 pt** pour l'allure de chaque branche de la courbe.

3. b) Déterminons suivant les valeurs du paramètre m, le nombre de solutions dans $\left[1; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$, de l'équation $g(x) = m$. - Pour $m \in]-\infty; 2] \cup \{6\}$, l'équation a une seule solution. - Pour $m \in]2; 6[$, l'équation n'a pas de solution. - Pour $m \in]6; +\infty[$, l'équation a deux solutions.	**0,75 pt**	**0,25 pt** pour chaque cas.
EXERCICE 4 **4,5 points**		
1. a) Démontrons que $3cos^2x + sin^2x = 2$ si et seulement si $sin^2x = \frac{1}{2}$. Soit $x \in \mathbb{R}$. $3cos^2x + sin^2x = 2 \Leftrightarrow 3(1 - sin^2x) + sin^2x = 2 \Leftrightarrow -2sin^2x = -1 \Leftrightarrow sin^2x = \frac{1}{2}$.	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
1. b) Déterminons dans $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ les valeurs de x pour lesquelles $3cos^2x + sin^2x = 2$. D'après la question précédente, $3cos^2x + sin^2x = 2$ équivaut à $sin^2x = \frac{1}{2}$, soit à $sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $sinx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et donc à $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = -\frac{\pi}{4}$.	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour chaque valeur. Sinon, attribuer **0,25 pt** pour la démarche menant aux valeurs de x.
2. a) Montrons que $u_1 = 150cos^2x + 50sin^2x$. $u_1 = \frac{1}{3} \times 450cos^2x + 50sin^2x$. Donc $u_1 = 150cos^2x + 50sin^2x$.	**0,5 pt**	Apprécier la démarche.
2. b) Déterminons dans $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ les deux valeurs de x pour lesquelles $u_1 = 100$. $u_1 = 100 \Leftrightarrow 150cos^2x + 50sin^2x = 100 \Leftrightarrow 3cos^2x + sin^2x = 2$. D'après la question 1. b), les valeurs de x sont : $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$.	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour chaque valeur. Sinon, attribuer **0,25 pt** pour la démarche menant aux valeurs de x.
3. a) Démontrons que (v_n) est une suite géométrique dont nous préciserons le premier terme et la raison. Soit n un entier naturel. $v_{n+1} = u_{n+1} - 30 = \frac{1}{6}u_n + 25 - 30 = \frac{1}{6}u_n - 5 = \frac{1}{6}(u_n - 30) = \frac{1}{6}v_n$. Donc (v_n) est une suite géométrique dont le premier terme est $v_0 = 420$ et la raison $q = \frac{1}{6}$.	**0,75 pt**	**0,25 pt** pour la démarche. **0,25 pt** pour le premier terme $v_0 = 420$. **0,25 pt** pour la raison $q = \frac{1}{6}$.
3. b) Exprimons v_n, puis u_n en fonction de n. $v_n = v_0 \times q^n$ et $u_n = v_n + 30$. Donc $v_n = 420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n$ et $u_n = 420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$.	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour chaque expression de v_n et u_n.
4. a. Déterminons la quantité de carburant dans le réservoir à la fin du premier jour de fonctionnement de cette machine. Cette quantité est égale à : $450 + 25 - \frac{5}{6} \times 450 = 100$. Soit 100 litres.	**0,25 pt**	

4. b. Déterminons la quantité de carburant dans le réservoir, à la fin du 5ème jour de fonctionnement. Si q_n et q_{n+1} désignent respectivement les quantités de carburant dans le réservoir au nème et le jour suivant, alors $q_{n+1} = q_n + 25 - \frac{5}{6} \times q_n = \frac{1}{6}q_n + 25$. D'après la question 3.b), la quantité de carburant dans le réservoir au 5ème jour de fonctionnement est : $420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^5 + 30$. Soit environ 30,054 litres.	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour la démarche. **0,25 pt** pour le résultat.
4. c. Etudions la possibilité que cette machine tombe en panne sèche. Sinon déterminons la quantité minimale de carburant dans le réservoir à la fin d'un jour de son fonctionnement. - Il y'a panne sèche au $n^{\text{ème}}$ jour si et seulement si $420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + 30 = 0$. La quantité $420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$ est strictement positive, donc cette machine ne peut pas tomber en panne sèche. - Pour un jour de rang n assez grand, la quantité minimale est 30 litres car $420 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n$ tend vers 0.	**0,5 pt**	**0,25 pt** pour l'impossibilité d'une panne sèche. . **0,25 pt** pour la quantité minimale.

PARTIE B. ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 5 points

Références et solutions	Critères	Indicateurs et barèmes
Tâche 1 : Pour un litre de chacun des produits : vernis, diluant et peinture, déterminons la température qui convient dans un milieu adiabatique pour obtenir un mélange favorable au vernissage du bois d'ébène. Pour cette tâche, la situation permet d'obtenir un mélange favorable dans un milieu adiabatique à $-2^\circ C$ en combinant un litre de chacun des produits : vernis, diluant et peinture. **NB : La tâche étant mal formulée, attribuer 1,5 pt à chaque candidat.**	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	
	C_2 : Utilisation correcte des outils	
	C_3 : Cohérence	
Tâche 2 : Déterminons l'intérêt qu'il aura dans la première banque après un an. - <u>Déterminons le taux d'intérêt $t\%$.</u> Le capital après un an de placement est : $240\,000 + 240\,000 \times \frac{t}{100} = 240\,000 + 2\,400t.$ L'intérêt sur le capital après un an est :	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	**0,25pt** pour l'équation $(240\,000 + 2\,400t) \times \frac{t+4}{100} = 36\,960.$ **0,25 pt** pour toute opération menant au calcul de l'intérêt.
	C_2 : Utilisation correcte des outils	**0,25 pt** pour 10. **0,25 pt** pour 24 000.

$(240\,000 + 2\,400t) \times \frac{t+4}{100} = 36\,960$. D'où l'équation : $t^2 + 104t - 1\,140 = 0$. Les solutions de cette équation sont : -114 et 10. Donc le taux d'intérêt après un an est 10%. - <u>Déterminons l'intérêt qu'il aura dans la première banque après un an</u>. Cet intérêt est égal à : $240\,000 \times \frac{10}{100} = 24\,000$. Soit 24 000 FCFA.	**C$_3$: Cohérence**	**0,25 pt** pour tout bon enchainement du raisonnement (démarche). **0,25 pt** pour le respect des unités de mesure. **N.B.** Apprécier le bon enchainement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.
Tâche 3 : Déterminons la première part placée dans la deuxième banque. - <u>Déterminons le taux d'intérêt correspondant à la première part.</u> Désignons par t% ce taux. La première part est : $1050 \div \frac{t}{100} = \frac{105\,000}{t}$ et la deuxième part est : $2\,250 \div \frac{t+1}{100} = \frac{225\,000}{t+1}$. Ainsi $\frac{105\,000}{t} + \frac{225\,000}{t+1} = 80\,000$. D'où l'équation $16t^2 - 50t - 21 = 0$ et ses solutions sont $-\frac{3}{8}$ et $\frac{7}{2}$. Donc le taux d'intérêt correspondant à la première part est 3,5%.	**C$_1$: Interprétation correcte de la situation**	**0,25 pt** pour l'équation $\frac{105\,000}{t} + \frac{225\,000}{t+1} = 80\,000$ ou pour $\begin{cases} xt = 105\,000 \\ (80000 - x)(t+1) = 225\,000 \end{cases}$ **0,25 pt** pour tout processus menant au calcul de la première part placée dans la 2e banque.
	C$_2$: Utilisation correcte des outils	**0,25 pt** pour 3,5 ou pour toute équation équivalente à $x^2 + 250\,000x - 84\,000\,000\,000 = 0$. **0,25 pt** pour 30 000.
- <u>Déterminons la première part placée dans la deuxième banque.</u> Cette première part est égale à : $\frac{105\,000}{3{,}5} = 30\,000$. Soit 30 000 FCFA. **Ou bien :** soit x la première part de taux d'intérêt t%. La 2e est part alors $80\,000 - x$ de taux d'intérêt $(t+1)$%. On a alors $\begin{cases} xt = 105\,000 \\ (80000 - x)(t+1) = 225\,000 \end{cases}$ qui conduit à $x^2 + 250\,000x - 8\,400\,000\,000 = 0$ et ses solutions sont 30 000 et $-280\,000$. La première part placée dans la deuxième banque est 30 000FCFA.	**C$_3$: Cohérence**	**0,25 pt** pour tout bon enchainement du raisonnement (démarche). **0,25 pt** pour le respect des unités de mesure. **N.B.** Apprécier le bon enchainement des calculs même si mauvaise interprétation ou mauvaise utilisation des outils.
N.B. : le barème réservé à la présentation porte sur l'ensemble de toute la copie du candidat.	**Présentation**	**0,5 pt.**

Yaoundé le 14 juin 2024

Le Président du jury d'harmonisation

Etoa Yves

PLEG H.E. / IPN-Maths

Tel : 675 681721.