K

BACCALAURÉAT
SESSION 2023

Durée : 3 h
Coefficient : 3

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Sur ta feuille de copie, écris le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	$\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} \frac{1}{x+1} = -\infty$.
2.	Pour tous nombres réels a et b, on a : $e^{a+b} = e^a + e^b$.
3.	La suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} a_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n \end{cases}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.
4.	Pour tous nombres réels strictement positifs x et y, on a : $ln(xy) = ln\, x + ln\, y$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Sur ta feuille de copie, écris le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne une affirmation vraie.

N°	Enoncés	A	B	C
1.	L'ensemble des solutions du système : $(x, y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $\begin{cases} e^x + 4e^y = 17 \\ 2e^x - 3e^y = 1 \end{cases}$ est …	$\{(e^2; e^3)\}$.	$\{(1 ; 4)\}$.	$\{(ln5 ; ln3)\}$.
2.	Si E et F sont deux évènements d'un univers Ω, alors P(E∪F) est égale à …	P(E)+P(F)+P(E∩F).	P(E)+P(F)-P(E∩F).	P(E∩F)-P(E)-P(F).
3.	La somme $w_0 + w_1 + \cdots + w_{2021}$ des termes d'une suite arithmétique $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est égale à …	$2021 \times \frac{w_0 + w_{2022}}{2}$.	$2022 \times \frac{w_0 + w_{2021}}{2}$.	$\frac{w_0 + w_{2021}}{2}$.
4.	L'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $e^x - 2 < 0$ a pour ensemble des solutions …	$]-\infty ; ln2[$.	$]-\infty ; 2[$.	$]ln2 ; +\infty[$.

Scanné avec CamSc

EXERCICE 3 (5 points)

Un jeune entrepreneur dispose d'une ferme avicole. Pendant les huit (8) premiers mois de la campagne avicole de 2022-2023, il a observé l'évolution de sa production de volailles et a consigné les résultats dans le tableau ci-dessous :
X désigne le numéro du mois et Y la quantité de volailles produite.

	Novembre 2022	Décembre 2022	Janvier 2023	Février 2023	Mars 2023	Avril 2023	Mai 2023	Juin 2023
Numéro du mois (X)	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité de volailles (Y)	612	628	656	660	664	680	692	700

1. Calcule la moyenne $\overline{X}$ de X.
On admet que la moyenne $\overline{Y}$ de Y est : 661,5.

2. Calcule la variance V(X) de X.
On admet que la variance V(Y) de Y est : 795,75.

3. Justifie que la covariance Cov(X ; Y) de (X ; Y) est : 63,25.

4. *a*) Justifie qu'il y a une forte corrélation linéaire entre les deux variables X et Y.
b) Justifie qu'une équation de la droite de régression de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés est : $y = 12{,}05x + 607{,}28$.

5. Détermine la quantité de volailles que pourrait produire la ferme au mois d'octobre 2023.
(On donnera le résultat arrondi à l'ordre 0).

EXERCICE 4 (6 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{2} - \ln x$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$.

b) Donne une interprétation graphique du résultat de la question 1.*a*).

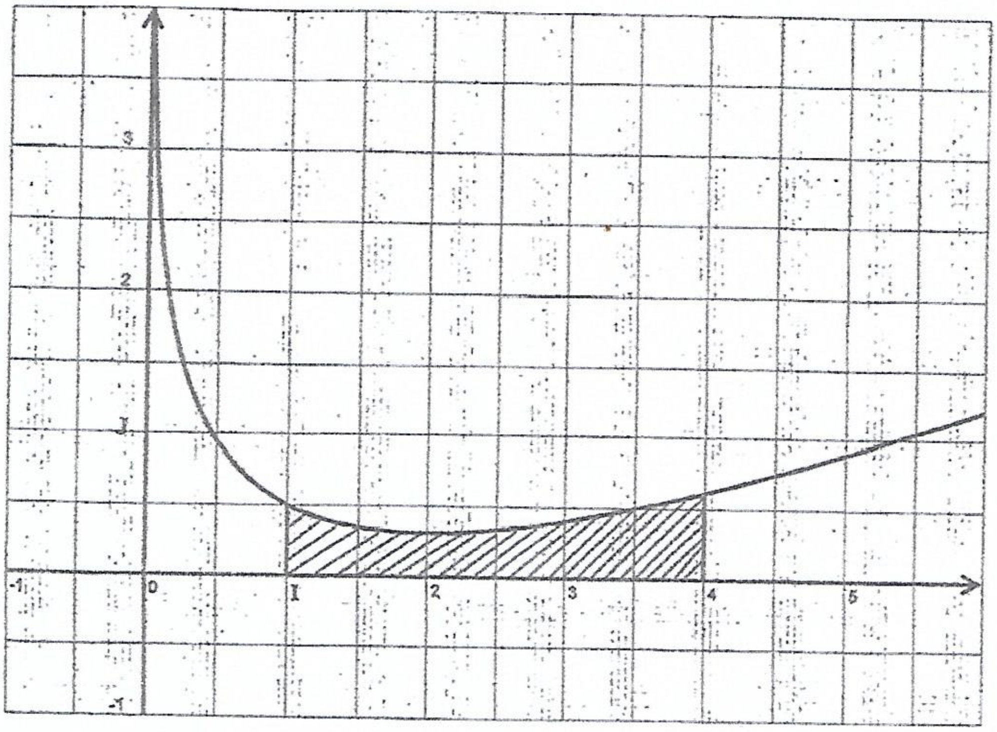
2. On admet que pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x) = x\left(\frac{1}{2} - \frac{\ln x}{x}\right)$.
Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3. On suppose que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
a) Justifie que pour tout x élément de $]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \frac{x-2}{2x}$.
b) Étudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
c) Dresse le tableau de variation de f.

4. On donne ci-après (page 3 sur 3) la courbe (C).
a) Justifie qu'une primitive de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$ est la fonction F définie par :

$$F(x) = \frac{x^2}{4} - x\ln x + x$$

b) Calcule l'aire $\mathcal{A}$ en cm² de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.



EXERCICE 5 (5 points)

La coopérative scolaire de ton établissement a été nominée pour participer à une cérémonie de récompense.
Le président de la coopérative espère que la récompense qui sera reçue permettra à sa structure de réaliser un projet d'un coût de 250 000 F. Le président t'invite à l'accompagner à la cérémonie de récompense.
Pour recevoir sa récompense, le président doit tirer au hasard et simultanément trois (3) enveloppes d'une caisse qui en contient huit (8) dont cinq (5) blanches et trois (3) vertes, toutes indiscernables au toucher.
Chaque enveloppe verte tirée rapporte la somme de 100 000 F et chaque enveloppe blanche tirée rapporte la somme de 50 000 F.
Avant d'effectuer le tirage le président est inquiet, car selon lui il y a moins de 50% de chance de réaliser le projet.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si le président de la coopérative a raison de s'inquiéter ou pas.