

BACCALAUREAT A₄ 2024

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

EXERCICE 1 4pts

I- Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses vous sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

1. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ par $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ est la fonction F définie sur l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ par :

a) $F(x) = 2\ln(2x - 1)$; b) $F(x) = \ln(2x - 1)$; c) $F(x) = \frac{1}{2}\ln(2x - 1)$; d) $F(x) = \ln(2x - 1)^2$. 1pt

2. La valeur exacte du nombre $\ln(e + e^2) - \ln\left(1 + \frac{1}{e-1}\right)$ est :

a) 2 ; b) 1 ; c) $1 + \ln(1 + e)$; d) $1 + 2\ln(1 + e)$. 1pt

3. Ramatou est une fille âgée de 18 ans. Elle lance un dé cubique parfaitement équilibré et numéroté de 1 à 6. La probabilité pour que la face supérieure du dé porte un nombre qui divise son âge est :

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{6}$. 1pt

II- 1. Déterminer le triplet (x, y, z) de réels solution du système $\begin{cases} 2x + y + 2z = 38 \\ x + y + z = 23 \\ 2x + 2y + z = 37 \end{cases}$ 1,25pt

2. Dans la ferme de M. LELE, les animaux de même type ont le même prix de vente. Il a reçu trois clients ce matin :

Le premier client a acheté 2 coqs, une pintade et 2 chèvres pour un montant de 38000F.

Le second client a acheté 3 coqs, 3 chèvres et 3 pintades pour un montant de 69000F.

Le troisième quant à lui, a acheté 2 coqs, 2 pintades et une chèvre le tout à 37000F.

Déterminer le prix de vente de chaque type d'animal. 1,25pt

EXERCICE 2 -4pt

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . Unités sur les axes : 1cm.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - 2\ln x$, (C) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J) .

1.a) Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = x\left(1 - \frac{1}{x} - 2\frac{\ln x}{x}\right)$ et calculer la limite de f en $+\infty$. 0,5pt

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ puis en donner une interprétation graphique. 0,5pt

2.a) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{x-2}{x}$. 0,5pt

b) Dresser le tableau des variations de la fonction f . 1pt

3. Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1. 0,75pt

4.a) Recopier et compléter le tableau ci-après

x	0,5	1	2	3	4	8
$f(x)$		0			0,2	

b) Tracer (C) et (T) dans le repère (O, I, J) . 1,25pt

EXERCICE 3

Dans un pays, une étude est menée durant huit ans sur les moyennes générales en mathématiques aux baccalauréats littéraires. Les résultats sont consignés dans le tableau

Numéro e l'année(Xi)	1	2	3	4	5	6	7	8
Moyennes de mathématiques (Yj)	6	8	8	6	9	10	10	11

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthogonal. **1pt**
2. Calculer les coordonnées du point moyen G. **1pt**
3. Montrer que la droite de Mayer de cette série statistique a pour équation $y = \frac{3}{4}x + 5,125$. **1pt**
4. Donner une estimation de la moyenne en Mathématiques à la 11^{ème} année. **1pt**

PARTIE A : EVALUATIONS DES COMPETENCES

Situation :

Monsieur NYPA achète un paquet de 120 bonbons qu'il partage à ses enfants pour leur bon travail. Mais deux d'entre eux ont mal aux dents, leurs parts sont équitablement partagées à ceux qui ont les dents saines et chacun a vu le nombre de ses bonbons augmenter de 5. Pour leur sécurité, il souhaite que tous ses enfants empruntent le taxi de NOÉ qui a 7 places, pour se rendre à l'école. NOÉ déteste la surcharge dans sa voiture.

Monsieur NYPA remet 10.000F à ALI son employé de maison, pour l'achat des cadenas à 1200F l'un et des cordes de 2 mètres chacune et à 1100F l'une, pour un puits de 10 mètres de profondeur. Ayant dépensé 500F pour son transport et acheté deux fois plus de cordes que de cadenas, il ne reste que 2700F à ALI des 10.000F qui lui avaient été remis.

Un agent de la CNPS voudrait aider ALI à s'affilier à la CNPS, à condition que son 1^{er} salaire soit de 36.000F au minimum. Ce 1^{er} salaire, grâce à son dévouement au travail, a subi deux hausses successives de 5% et le salaire actuel est 41895F.

Tâches :

1. Ces cordes pourront-elles permettre à ALI de puiser de l'eau de ce puits? **1,5pt**
 2. Cet agent de la CNPS pourra-t-il aider Ali? **1,5pt**
 3. NOÉ pourra-t-il transporter les enfants de Monsieur NYPA? **1,5pt**
- Présentation : **0,5pt**

CORRECTON

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

EXERCICE 1

I- Pour chacune des questions suivantes, recopions le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

Numéro de la question	1	2	3
Reponse	c	b	c

II- Déterminons le triplet (x, y, z) de réelle solution du système $\begin{cases} 2x + y + 2z = 38 \\ x + y + z = 23 \\ 2x + 2y + z = 37 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 38 & (E_1) \\ x + y + z = 23 & (E_2) \\ 2x + 2y + z = 37 & (E_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 38 & (E_1) \\ -y = -8 & (E_1) - 2(E_2) \\ -y + z = 1 & ((E_1)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ z = 1 + 8 = 9 \end{cases}$$

$S = \{(6; 8; 9)\}$

2- Déterminons le prix de vente de chaque animal. Choix des inconnues soient x prix du coq, y prix de la pintade, z prix de la chèvre

D'après les hypothèses de l'exercice on le système $\begin{cases} 2x + y + 2z = 3800 \\ x + y + z = 2300 \\ 2x + 2y + z = 3700 \end{cases}$ on déduit ainsi que le prix du coq est de 6000FCFA celui de la pintade est de 8000FCFA et pour la chèvre est de 9000FCFA.

1a) Vérifions que pour tout $x \in]0, +\infty[$ $f(x) = x(1 - \frac{1}{x} - \frac{2\ln(x)}{x})$ et calculons la limite de f en $+\infty$.

Soit $x \in]0, +\infty[$

$$x(1 - \frac{1}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}) = x - 1 - 2\ln(x) = f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\ln(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{cases}$$

2.a) Montrons que pour tout $x \in]0, +\infty[$ $f'(x) = \frac{x-2}{x}$.

f est dérivable sur $]0, +\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$, ainsi pour tout $x \in]0, +\infty[$ $f'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$.

2.b) Dressons le tableau de variation de f .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$1-2\ln(2)$	$+\infty$

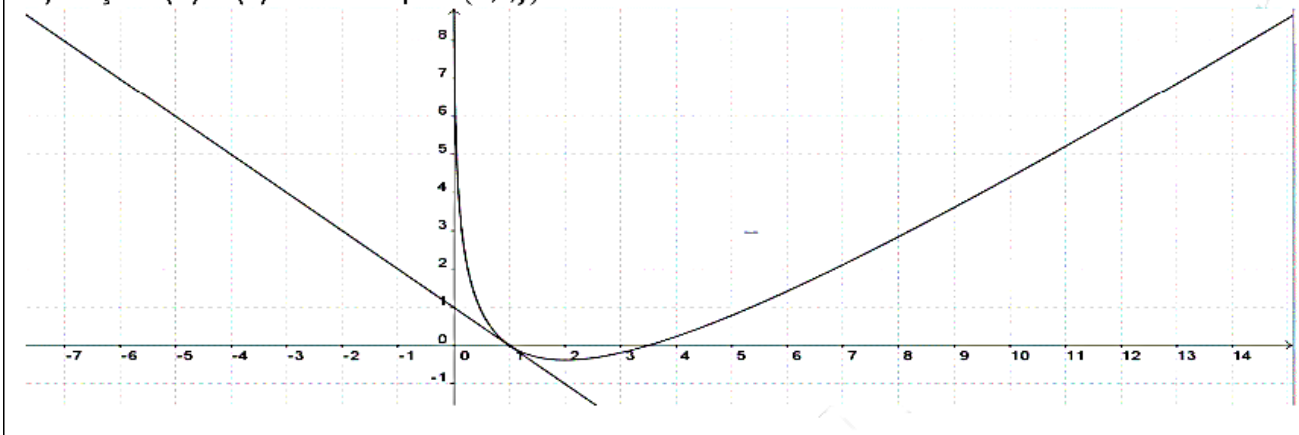
3) Ecrivons l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

$$(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -x + 1.$$

4.a) Recopions et complétons le tableau ci-dessous.

x	0,5	1	2	3	4	8
$f(x)$	$-0,5\ln(2)$	0	$1-2\ln(2)$	$2-2\ln(3)$	0,2	$7-6\ln(2)$

4b) Traçons (C) et (T) dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

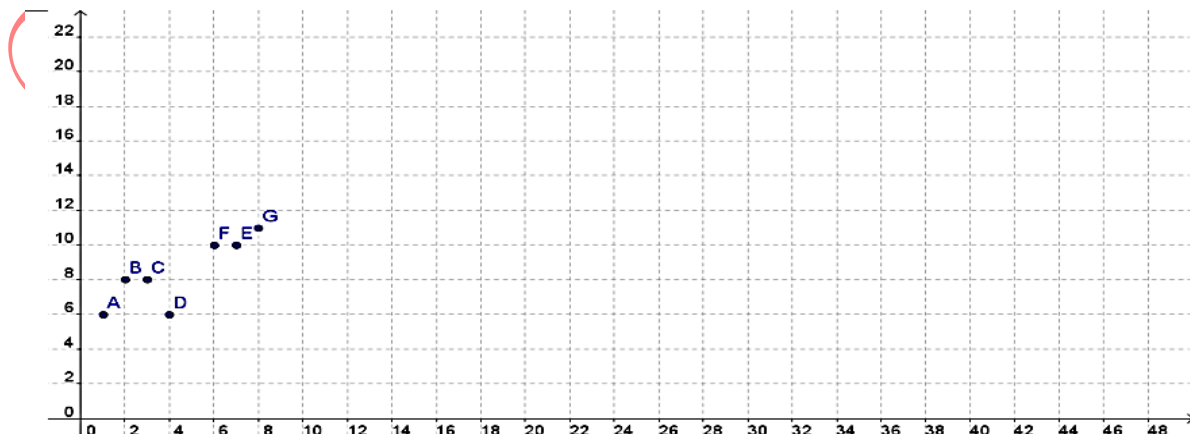


EXERCICE 3

1) Représentons le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthogonal.

Considérons les points $A(\binom{1}{6}); B(\binom{2}{8}); C(\binom{3}{9}); D(\binom{4}{6}); E(\binom{5}{9}); F(\binom{6}{10}); G(\binom{7}{10})$ et $H(\binom{8}{11})$.

En graduant chaque axe du repère de 2 en 2 et en positionnant les points ci-dessus on obtient le graphe ci-dessous.



2) Calculon les coordonnées du point moyen G.

$G(\bar{x} = 4,5 ; \bar{y} = 8,5)$ avec $\bar{x} = \frac{1}{8} \sum_{k=1}^8 k = 4,5$ et $\bar{y} = \frac{8 \times 2 + 10 \times 2 + 6 \times 2 + 9 + 11}{8} = 8,5$.

3) Montrons que la droite de regression de cette série statistique a pour équation $y = \frac{3}{4}x + 5,125$.

Considerons les tableaux de deux séries statistiques suivantes

Numéro des années	1	2	3	4
Moyenne de maths	6	8	8	6

TABLEAU DE LA SERIE1

Numéro des années	5	6	7	8
Moyenne de maths	9	10	10	11

TABLEAU DE LASERIE2

Les points moyen des séries 1 et 2 sont donnés respectivement par $G_1(2,5;7)$ et $G_2(6,5;10)$.

Soit $M(x; y) \in (G_1, G_2)$ alors $\det(\overrightarrow{G_1M}, \overrightarrow{G_1G_2}) = 0 \Leftrightarrow 3(x - 2,5) - 4(y - 7) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + 5,125$.

4) Donnons une estimation de la moyenne mathématique à la 11^{ème} années.

Elle est estimée à $\frac{3}{4} \times 11 + 5,125 = 13,375$.

PARTIE A : EVALUATIONS DES COMPETENCES

Tâche 1 Vérifions si ces cordes pourront-elles permettre à Ali de puiser de l'eau de ce puits.

Soient x le nombre de cordes de 2m et y le nombre de Cardenas.

D'après les hypothèses de la compétence on obtient le système $\begin{cases} 1100x + 1200y = 10000 - 500 - 2700 \\ x = 2y \end{cases}$ soit

$\begin{cases} 11x + 12y = 68 \\ x = 2y \end{cases}$ en résolvant on trouve $(x, y) = (4, 2)$. Ainsi il a acheté 2cardenas et 4 cordes de longueurs de 2m ce qui fera une longueur totale de $4 \times 2 m = 8m < 10m$ donc ces cordes ne suffiront pas.

Tâche 2 Vérifions si cet agent pourra aider ALI

Soit x ce premier salaire. Après la première hausse ce salaire en fonction de x est : $x + 0,05x = 1,05x$ Après la deuxième hausse ce salaire en fonction de x est : $1,05x + 0,05 \times 1,05x = 1,1025x$ Et comme après les deux hausse son salaire actuel est de **41895**, on obtient $1,1025x = 41895$ on trouve $x = 38000FCFA > 36000FCFA$. Donc cet agent pourra aider Ali.

Tâche 3 Vérifions si Noé pourra transporter les enfants

Soient x le nombre d'enfants et y la part de bonbon reçu par chaque enfant. D'après les hypothèses de la compétence on obtient le système $\begin{cases} (x - 2) \times (y + 5) = 120 \\ x \times y = 120 \end{cases}$ {en résolvant on trouve $(x, y) = (8, 15)$. Donc le nombre d'enfant est 8 ce qui entraine que Noé ne pourra les transporter.