# République du Cameroun

# PROBATOIRE $A_4$ 2024

## PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

### EXERCICE 1 4pts

Lors des oraux d'un concours, un candidat doit tirer au hasard successivement et sans remise trois questions dans une urne opaque qui contient 3 questions d'anglais, 4 questions de français et 5 questions de culture générale.

1) a) Combien de tirages possibles le candidat peut-il effectuer ? **1 pt**
   b) Combien y-a-t-il de tirages comportant des questions de la même discipline ? **1 pt**

Les 50 candidats à ce concours sont répartis selon leurs âges dans le tableau suivant :

| Ages | $[16;18[$ | $[18;20[$ | $[20;22[$ | $[22;24[$ |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de candidats | 10 | 16 | 14 | 10 |

Pour chacune des questions suivantes, choisir la bonne réponse parmi les quatre proposées :

2) La moyenne de cette série statistique est égale à :
   a) 19 ; b) 19,96 ; c) 18,5 ; d) 19,5. **1 pt**
3) L'écart-type de cette série statistique est égal à :
   a) 2,49 ; b) 2,409 ; c) 2,904 ; d) 2,049. **1 pt**

### EXERCICE 2 -4pt )

On considère le polynôme $Q$ à variable réelle $x$ défini par $Q(x) = -2x^2 - 9x + 5$.

1) Résoudre dans $IR$ l'équation $Q(x) = 0$. **1,5 pt**
2) Etudier le signe du polynôme $Q(x)$. **1 pt**
3) En déduire dans $IR$ l'ensemble solution de l'inéquation $Q(x) \leq 0$. **1 pt**

### EXERCICE 3 5,5pts

On considère la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie dans

$[-6;-2[\cup]-2;4]$ par $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$. $(C)$ est la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{x \to -2^-} f(x)$ et $\lim_{x \to -2^+} f(x)$. **1 pt**
2) Déduire une équation cartésienne de l'asymptote verticale à la courbe (C). **0,5 pt**
3) Montrer que pour tout réel $x$ distinct de $-2$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$. **1 pt**
4) Dresser le tableau de variations de $f$. **0,75 pt**
5) Ecrire une équation cartésienne de la tangente $(T)$ à $(C)$ au point d'abscisse 0. **0,75 pt**
6) Tracer dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ la droite $(T)$, la courbe $(C)$ et son asymptote. **1,5 pt**

## PARTIE A : EVALUATIONS DES COMPETENCES

**Situation :**

M. POKA a un terrain de forme rectangulaire de superficie 168 $m^2$ et de périmètre 52 m. Un des deux côtés le plus long est en bordure d'une route. Il voudrait sécuriser ce côté en y plaçant un grillage à raison de 5000 FCFA le mètre.

Il souhaite offrir un gâteau à ses élèves qui l'ont aidé à sécuriser son terrain en guise de récompense. Une fois à la boulangerie, il constate que le gâteau qui coûtait 20 000 Fcfa, coûte actuellement 22 050 Fcfa après deux hausses successives de même taux. M. POKA estime que ce montant est un peu coûteux. Après négociation, le responsable de la boulangerie lui demande de lui donner le montant correspondant à la première hausse qu'ils ignorent.

M. POKA, satisfait de l'aide que ses élèves lui ont apporté, décide en plus, de donner 8 000 F cfa à chacun d'eux pour leur permettre de participer aux olympiades. Ceux-ci décident de louer un car à raison de 96 000 F cfa. Mais au moment du départ, deux d'entre eux manquent à l'appel et chacun voit ses frais de transport augmenter de 4 000 F cfa. M. POKA voudrait avoir une idée du montant à débourser au moment du départ.

**Tâches :**

1- Quel est le montant déboursé par M. POKA pour l'achat du grillage utilisé pour sécuriser son terrain ? **2,25 pts**

2- Quel est le montant que devrait débourser M. POKA pour l'achat du gâteau après la première hausse? **2,25 pts**

3- Quel est le montant déboursé par M. POKA pour la participation de ses élèves aux olympiades ? **2,25 pts**

**Présentation : 0,25 pt**

# CORRECTON

## PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

### EXERCICE 1

| | |
|---|---|
| **1) a)** | **Déterminons le nombre de tirages possibles que le candidat peut effectuer.**<br>$A_{12}^3 = 1320.$ |
| **1) b)** | **Déterminons le nombre de tirages possibles comportant des questions de la même discipline.**<br>$A_3^3 + A_4^3 + A_5^3 = 90.$ |
| **2)** | **Réponse : b) $19,96$.** |
| **3)** | **Réponse : d) $2,049$.** |

### EXERCICE 2

| | |
|---|---|
| **1)** | **Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$.**<br>$Q(x) = 0$ signifie $-2x^2 - 9x + 5 = 0$.<br>$\Delta = 121$ ; $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -5$.<br>Donc l'équation $Q(x) = 0$ a pour solutions $x = \frac{1}{2}$ et $x = -5$. |
| **2)** | **Etudions le signe du polynôme $Q(x)$.**<br>L'équation $Q(x) = 0$ a pour solutions $x = \frac{1}{2}$ et $x = -5$. |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Donc $Q(x) < 0$, pour tout $x \in ]-\infty; -5[$ et pour tout $x \in \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$ ; $Q(x) > 0$, pour tout $x \in \left]-5; \frac{1}{2}\right[$.

**3) Déduisons-en dans $\mathbb{R}$ l'ensemble solution de l'inéquation $Q(x) \leq 0$.**

$S = ]-\infty; -5] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

## EXERCICE 3 : 5,5 points

**1) Calculons les limites $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$.**

$\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$.

**2) Déduisons-en une équation cartésienne de l'asymptote verticale à la courbe $(C)$.**

Comme $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$ alors une équation cartésienne de cette asymptote est : $x = -2$.

**3) Montrons que pour tout $x$ distinct de $-2$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$.**

Soit $x$ un réel distinct de $-2$ ; $f'(x) = \frac{1\times(x+2)-1\times(x-1)}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$

Donc pour tout $x$ distinct de $-2$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$.

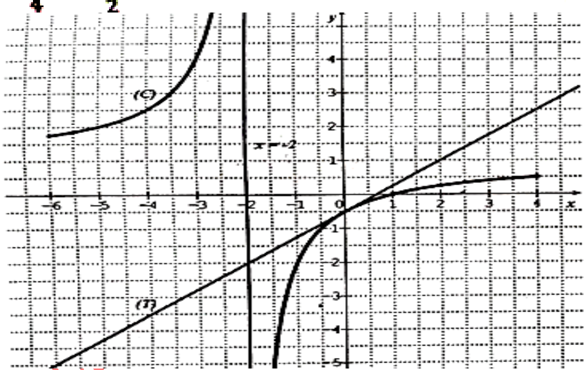
**Dressons le tableau de variations de $f$.**

| $x$ | $-6$ | | $-2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | $\frac{7}{4}$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $\frac{1}{2}$ |

**Ecrivons une équation cartésienne de la tangente $(T)$ à $(C)$ au point d'abscisse 0.**

$f(0) = -\frac{1}{2}$; $f'(0) = \frac{3}{4}$ ; $(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$.

**Donc $(T): y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$.**




## PARTIE A : EVALUATIONS DES COMPETENCES

**TACHE1**

**Déterminons le montant déboursé par M. POKA pour l'achat du grillage utilisé pour sécuriser son terrain.**

Désignons par $x$ et $y$ respectivement la longueur et la largeur de ce terrain.

- $S = xy = 168$
- $P = 2x + 2y = 52$, soit $x + y = 26$.

On obtient le système $\begin{cases} x + y = 26 \\ xy = 168 \end{cases}$ qui nous permet d'avoir l'équation $x^2 - 26x + 168 = 0$.

$\Delta = 4$, $x = 14$ ou $x = 12$.

Ainsi $x = 14$ et $y = 12$

- La longueur du grillage est $14\ m$.
- Montant déboursé par M. POKA : $5000 \times 14 = 70\ 000$ soit **70 000 *FCFA***.

**TÂCHE 2**

***Calculons le montant que devrait débourser M. POKA, pour l'achat du gâteau après la première hausse.***

Désignons par $x$ le taux de chaque hausse ; $x > 0$.

- Prix du gâteau après la première hausse : $20000 + \frac{20\,000x}{100} = 20\,000 + 200x$.
- Prix du gâteau après la deuxième hausse :

$20\,000 + 200x + \frac{(20\,000+200x)x}{100} = 20\,000 + 400x + 2x^2$.

Ainsi $20\,000 + 400x + 2x^2 = 22\,050$ c'est-à-dire $x^2 + 200x - 1025 = 0$

$\Delta = 44100$ ; $x = 5$ ou $x = -205$.

Or $x > 0$ donc $x = 5$.

Le montant du gâteau après la première hausse est : $20\,000 + 200 \times 5 = 21\,000$, soit $21\,000\ FCFA$.

**TÂCHE 3**

**Déterminons le montant déboursé par M. POKA pour la participation de ses élèves aux olympiades.**

Désignons par $n$ le nombre d'élèves. En supposant que la participation de chacun des ces élèves est la même ;

- Montant que chaque élève est supposé apporter avant le départ : $\frac{96\,000}{n}$.
- Montant que donne chaque élève est supposé apporter avant le départ : $\frac{96\,000}{n-2}$.

On a : $\frac{96\,000}{n-2} = 4000 + \frac{96\,000}{n}$, soit $4000n^2 - 8000n - 192\,000 = 0$.

Ce qui équivaut à $n^2 - 2n - 48 = 0$ ;

$\Delta = 196,$ ; $n = -6$ ou $n = 8$. Or $n > 0$ donc $n = 8$.

Donc le montant déboursé par M. POKA pour la participation de ses élèves est :

$8000 \times 8 = 64\,000$, soit $64\,000\ FCFA$.