République du Cameroun
PAIX-TRAVAIL-PATRIE

Fascicule de Mathematiques.

Collection le Scorpion Volume 2 .

Classe : Terminale C-D-E-TI

Sujets + Corrigés Selon L'APC

"Tout le monde est un géni ; si vous jugez le poisson sur sa capacité à grimper un arbre, il passera toute sa vie à croire qu'il est stipude" Albert Einstein

Mr.KAKA DAIROU WARISSILO SARDI.

Enseignant de mathématiques

- WhatsApp 681-44-69-17/695-76-24-75
- maxwellkadaflis@Gmail.com / dairoukaka@Gmail.com

Dans la même collection

République du Cameroun

PAIX-TRAVAIL-PATRIE

Fascicule de Mathematiques.

Collection le Scorpion Volume 2 .

Classe : Terminale C-D-E-TI

Sujets + Corrigés Selon L.'APC

“Tout le monde est un géni ; si vous jugez le poisson sur sa capacité à grimper un arbre, il passera toute sa vie à croire qu'il est stipude” Albert Einstein

Mr. KAKA DAIROU WARISSILO SARDI

Enseignant de mathématiques

- WhatsApp 681-44-69-17/695-76-24-75
- maxwellkadaflis@Gmail.com / dairoukaka@Gmail.com

a

AVANT-PROPOS

Il est officiellement reconnu que l'entrée dans les grandes écoles à vocation scientifiques est particulièrement sélective. Elle requiert par conséquent un postulat, non seulement une application impeccable des connaissances scientifiques appropriées, mais aussi et surtout une aptitude exceptionnelle à appliquer rationnellement ces connaissances dans une activité nécessitant un entrainement soutenu : la résolution des problèmes. Compte tenu de la place privilégiée qu'occupent généralement les mathématiques au sein de l'ensemble des épreuves ouvrant les prestigieuses portes de ces grandes institutions de renom, le présent ouvrage a été conçu et réalisé dans un but clair et précis : « armer le candidat autant que possible jusqu'aux dents pour une préparation efficace et excellente » afin qu'il puisse affronter avec sérénité et une bonne dose de confiance l'épreuve de mathématiques dont le caractère subtil n'est plus à démontrer. Discipline noble, respectable et stratégique, la mathématique compte parmi les matières obligatoires aux examens officiels. Son importance n'est donc plus à démontrer dans le système scolaire actuel. Le présent ouvrage tient compte du caractère dynamique et évolutif, tant de cette discipline que de son enseignement. Aussi a-t-il été conçu et élaboré comme principal souci pour mieux armer les élèves réguliers et autodidactes afin qu'ils puissent affronter avec tactile et sérénité l'épreuve de mathématiques "Nouvelle Formule" à l'examen ? Par ailleurs, une étude comparée des programmes de mathématiques des différents établissements (général et technique) montre qu'il n'existe pas de barrière étanche entre leurs contenus. Il y a tout juste quelques notions qui n'appartiennent pas à leur intersection, mathématiquement parlant. Raison pour laquelle nous avons eu l'idée de rassembler dans un ouvrage unique des séquences destinées aux élèves de toute série confondue

CONSEILS PRATIQUE POUR L'EPREUVE E MATHÉMATIQUES PROBATOIRE SCIENTIFIQUE

On trouvera dans ces annales :

Les énoncés de la plupart vingt-et-un sujets de mathématiques Type Examen au PROBATOIRE C- D-E-TI sortant du COLLEGE PRIVE BILINGUE EMERGENCE E NGONG ET DU LYCEE BILINGUE DENGONG ET EXAMEN AU BACCALAURÉAT C-D- E-D

À la suite, les corrigés de tous ces sujets (Nous faisons trois recommandations fondamentales à l'élève utilisant ce manuel :

Il est inutile de chercher un exercice sur un thème tant qu'on n'a pas bien maîtrisé le cours portant sur ce thème ;

Il est indispensable de commencer par chercher à résoudre les exercices et les problèmes par soi-même, de préférence en rédigeant soigneusement la solution comme si on devait la présenter à un professeur. Il ne faut surtout pas consulter trop vite les corrigés.

Une lecture passive des corrigés sans effort préalable de la part de l'élève ne lui serait d'aucune utilité. Lors de la rédaction de ces corrigés, nous avons essayé d'être le plus détaillé possible, de manière que même un élève peu doué puisse suivre. Nous avons ajouté parfois des remarques sur la difficulté des sujets ou sur les écueils qu'il faut éviter. Les figures ont toutes été réalisées grâce à des logiciels Geogebra et, pour des raisons techniques, il n'a pas été possible de respecter les unités imposées par les sujets.

Je vous souhaite que cet ouvrage apporte à ses différents utilisateurs toute l'aide qu'ils désirent. L'œuvre humaine n'étant jamais parfait, toute suggestion, toute critique positive et négative serait la bienvenue.

L'auteur

CONSEILS PRATIQUE POUR L'EPREUVE E MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT SCIENTIFIQUE

Le texte de l'épreuve de mathématiques comporte deux : une Partie sur évaluation des ressources Partie sur évaluation des compétences problème à rédiger en 4 heures. Le nombre de points attribués sur évaluation des ressources et sur évaluation des compétences est toujours précisé dans l'énoncé.

Une Partie sur évaluation des ressources en **14,5 ou 13, points** *devra être rédigé et relu en 3h20minutes, un problème en* **4,5 ou 6 points** *en environ* **40 min.**

Au début de l'épreuve

- *Lisez lentement tout l'énoncé, c'est-à-dire du début à la fin. En effet, les questions sont rarement indépendantes et il peut arriver que l'une d'entre elles donne une indication précieuse quant à la résolution des questions précédentes.*
- *Détermine le temps maximum que vous devez employer pour traiter, rédiger et relire chaque exercice et le problème en fonction des indications du barème.*
- *Commencez la rédaction ; ≪ la mise au propre ≫ en faisant ressortir les résultats obtenus dans les premières questions car ceci vous aidera à Trouve la suite.*
- *Si vous n'arrivez pas à Démontre un résultat donné dans l'énoncé, laissez un blanc dans votre copie c'est-à-dire un espace en fonction de la densité de la question, et continuez votre exercice ou votre problème.*

Pendant l'épreuve :

- *Cherchez d'abord les questions au brouillon, si vous terminez l'exercice, recopiez-le ; si vous n'arrivez pas à Résoudre une question, relisez une fois votre brouillon, si tout vous parait juste, commencez la rédaction ;* **≪ la mise au propre ≫** *en faisant ressortir les résultats obtenus dans les premières questions car ceci vous aidera à Trouve la suite.*
- *Si vous n'arrivez pas à Démontre un résultat donné dans l'énoncé, laissez un blanc dans votre copie c'est-à-dire un espace en fonction de la densité de la question, et continuez votre exercice ou votre problème.*
- *N'oubliez pas qu'une réponse doit être justifiée. Bonne chance à tous et à toutes !!!*

Présentation de votre copie

- *Séparez les questions, encadrez ou soulignez les résultats ; respectez les notations du texte car ceci peux inciter le correcteur à une indulgence vis-à-vis de votre copie.*
- *N'abusez pas des effaceurs et des correcteurs, la copie devient parfois illisible.*
- *N'oubliez pas que les figures géométriques et les graphiques doivent comporter tous les points nécessaires à la compréhension de vos démonstrations.*

Bonne chance à tous et à toutes !!

L'auteur

Mr. KAKA DAIROU

MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examinateur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
CLASSE : TLeC
DURÉE : 4h
COEF : 7
Séquence 1

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14,5pts]

EXERCICE 1 3pts

I- *QCM Choisir la bonne reponse* **bonne réponse 1pt ; fausse réponse -0,5 ; pas de réponse 0pt**

$1-$ Dans $\mathbb{C}$, $si\ arg(iz) \equiv \frac{7\pi}{2}[2\pi]$ et $\lvert z\rvert = \sqrt{2}$ Alors la partie imaginaire de z^3 est :	a) $2\sqrt{2}$	b) 0	c) $\sqrt{2}$	d) $-2\sqrt{2}$	e) $-\sqrt{2}$
$2-$ *on considère le nombre complexe* Suivant $z = \frac{1}{1-i\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}$ le module de z est :	a) $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$	b) $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$	c) $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$	d) $\sin\left(\frac{\pi}{16}\right)$	e) $\tan\left(\frac{\pi}{16}\right)$
3- soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $z = \frac{(1+i)^{21}(1+i\sqrt{3})^{19}}{(1-i)^9}$;arg(Z) est	a) $\frac{\pi}{2}$	b) $\frac{11\pi}{6}$	c) $\frac{-\pi}{6}$	d) $\frac{2\pi}{3}$	e) $\frac{-\pi}{6}$

EXERCICE 2 5pts

1- **a)** Montrer que $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

b) résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 1$ *on donera* les solution sous forme trigonometrique et sous forme algébrique

c) déduire les solutions de l'équation **(E)** $Z^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (on remarquera que (E) est équivalente a $\left(\frac{z}{\frac{-i+1}{\sqrt{2}}}\right)^3 = 1$

2- a) Écrire $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$ sous la forme trigonométrique.

b) déduire les arguments des solutions de l'équation **(E)**

c)déduire des questions **1-c et 2-b** les valeurs exactes des $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ **et** $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

EXERCICE 3 3,5ppts

1- Résoudre dans IN^2 l'équation $x^3 - y^3 = 631.$

2- Trouver le reste de la division euclidienne de **111** par **7** et de 10^n par **7** suivante les valeurs de l'entier naturel **n.**

3- soit l'entier $naturel\ N = 999\ 888\ 777\ 666\ 555\ 444\ 333\ 222\ 111.$

a- Montrer que **N** peut s'écrire en function de **111**.

b- Quelle est le reste de la division euclidienne de **N par 7.**

EXERCICE 3 4,5pts

I- On considère les fonctions numériques définie sur $D =]-\infty; 1] \cup [1; +\infty[$ par:

$$h(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} \quad et \quad k(x) = \left(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}\right) tan\left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$$

1- Montrer que $\forall x \in D, k(x) = 2\frac{\tan[h(x)]}{h(x)}$. *0,5pt*

2- Determiner $\lim\limits_{x\to+\infty}[h(x)]$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)]$. *0,5pt*

II- On considèrela fonction g définiesur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrer que $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$ et dresser le tableau de variation de g. 1,5pt

2- En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$. 0,5pt

3- Démontrer que pour tout $x \in [1; 2]$; on a : $\frac{\sqrt{2}}{4} \leq g'(x) \leq \frac{11}{2}$. 0,75pt

4- En déduire a l'aide des inégalités des accroissements finis que : 0,75pt

pour tout $x \in [1; 2]$, $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \leq g(x) \leq \frac{11}{2}(x-1) + 3$

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES :[4pts]

Compétences Visées Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion **d'arithmétique et des nombres complexes** pour résoudre les problèmes courants.

Mr Maxwell a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte cinq chiffres **x, y, z t et s** dans l'ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendra à celui des héritiers qui trouverait la combinaison partir de données suivantes :

- Le premier chiffres est paire ;
- La somme des deux premiers chiffre set **15** ;
- Le troisième est la différence des deux premiers
- Le premier est Le produit du troisième par le quatrième ;
- Le nombre est divisible par **9**

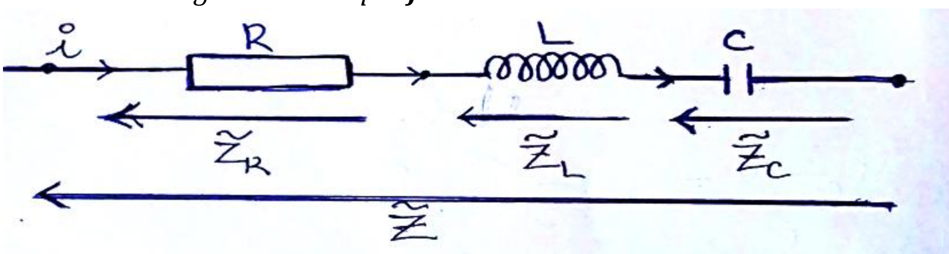
SOUFYAN le premier fils de Mr MAXWELL est un agent de L'ENEO, un jour dans les causeries avec BATARA un élève de la terminale C qui voulais savoir davantage l'importance des nombres complexes dans la vie courante en électricité. SOUFYANE l'explique :

En électricité, on caractérise un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdale avec un nombre complexe que l'on appelle « impédance complexe ». Ainsi :

- ✓ L'impédance complexe d'une résistance est: $\tilde{Z}_R = R$ (R = *resistance en Ohm*).
- ✓ L'impédance complexe d'un condensateur est: $\tilde{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$(C=*capacité du condensateur en Farad*)
- ✓ L'impédance complexe d'une bobine est: $\tilde{Z}_L = jL\omega$ (L= *L'inductance de la bobine en Henry*).
- ✓ L'impédance complexe d'un circuit RLC en série (Voir figure ci-dessous) est : $\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L$.
- ✓ L'impédance d'un circuit correspond (en ohm) correspond au module $|\tilde{Z}|$ de l'impédance complexe $\tilde{Z}$.
- ✓ Le déphasage entre le courant et la tension est donné par l'argument de $\tilde{Z}$.

N'ayant pas encore bien maîtrisé le chapitre des nomre complexes, BATARA vient vous demandé de l'aider **a** determiner les éléments caractéristique du circuit ci dessous. En tant que camarades de classe qui métrise mieux les propriétés des nombre complexes

NB: ω *est la pulsation du courant en radian par seconde* (rad/s).
j *représente un nomre imaginaire tels que* $j^2 = -1$



TÂCHE 1: *répondre a la suggestion de BATARA.* 1,5pts

TÂCHE 2 : quell est le code du coffre de M MAXWELL? 2,5pts

« Commencer c'est échouer, continuer c'est réussir »

MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examinateur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
CLASSE : TLe C
DURÉE : 4h
COEF : 7
Séquence 1

CORRIGE D'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14,5pts]

EXERCICE 1 3pts

I- *QCM Choisir la bonne reponse* ***bonne réponse 1pt ; fausse réponse -0,5 ; pas de réponse* 0pt**

1 – b	2-a	3-b

EXERCICE 2 5pts

1- **a)** Montrons que $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^3=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

$$\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^3=\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\times\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)=\left(\frac{1-2i-1}{2}\right)\times\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)=\left(\frac{-2i}{2}\right)\times\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1+i}{\sqrt{2}}\ \textbf{C.Q.F.D}$$ *0,5pt*

b) Les solutions sont les racines cubiques de l'unité, c'est-à-dire les nombres

$$z_0=1\ ;\qquad z_1=e^{i\frac{2\pi}{3}}=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\ ;$$
$$z_2=e^{i\frac{4\pi}{3}}=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}.$$

c) En uttilisant la remarque de l'énoncé, on voit pour que toute solution $\boldsymbol{Z}$ de (E), $\left(\frac{Z}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)$ *est une racinne cubique de l'unité ,donc que*

$$\begin{cases}\left(\frac{Z_0}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=z_0\ ou\\ \left(\frac{Z_1}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=z_1\ ou\\ \left(\frac{Z_2}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=z_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\frac{Z_0}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=1\ ou\\ \left(\frac{Z_1}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ou\\ \left(\frac{Z_2}{\frac{-1+i}{\sqrt{2}}}\right)=\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

$$Z_1=\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\ ou\ Z_1=\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)z_1\ ou\ Z_2=\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)z_2$$

$$Z_1=\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\ ou\ Z_1=\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)\times\left(\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\ ou\ Z_2=\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)\times\left(\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$S=\left\{\frac{-1+i}{\sqrt{2}};\ \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}-i\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}};\ \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}-i\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\right\}$$

2°) a) $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$.

b) Les arguments des solutions de (E) sont, d'après les calculs précédents :

$\arg Z_0=\frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$; $\arg Z_1=\frac{3\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}=\frac{17\pi}{12}\ [2\pi]$; $\arg Z_2=\frac{3\pi}{4}+\frac{4\pi}{3}=\frac{\pi}{12}\ [2\pi]$.

3°) $|Z_2|=\left|\frac{-1+i}{\sqrt{2}}z_2\right|=\left|\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right|\times|z_2|=1$ et $\arg Z_2=\frac{\pi}{12}$, donc $Z_2=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$.

En comparant avec l'écriture algébrique de Z_2 obtenue au 1) c , on en déduit que :

$$\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\quad\text{et}\quad\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

1 - Résolvons dans $\mathbb{N}^2$ **l'équation** $x^3-y^3=631$

$x^3 - y^3 = 631 \Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x^2+xy+y^2=631 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+y \\ (1+y)+(1+y)y+y^2=631 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+y \\ 3y^2+3y+1=631 \end{cases}$

l'**équation** $3y^2+3y+1=631 \Leftrightarrow y^2+y-210=0$

$S = \{(15;14)\}$

2 - Trouver le reste de la division euclidienne de **111** par **7** et de 10^n par **7** suivants les valeurs de l'entier naturel **n.**

$111 \equiv 6[7]$

* De 10^n par 7 :

$10^0 \equiv 1[7]$; $10^1 \equiv 3[7]$; $10^2 \equiv 2[7]$; $10^3 \equiv 6[7]$; $10^4 \equiv 4[7]$

$10^5 \equiv 5[7]$; $10^6 \equiv 1[7]$

La période est 6 donc :

- Pour $n = 6k$, on a : $10^{6k} \equiv 1[7]$
- Pour $n = 6k+1$, on a : $10^{6k+1} \equiv 3[7]$
- Pour $n = 6k+2$, on a : $10^{6k+2} \equiv 2[7]$
- Pour $n = 6k+3$, on a : $10^{6k+3} \equiv 6[7]$
- Pour $n = 6k+4$, on a : $10^{6k+4} \equiv 4[7]$
- Pour $n = 6k+5$, on a : $10^{6k+5} \equiv 5[7]$

Les restes de la division euclidienne de 10^n par 7 sont : 1; 2; 3; 4; 5; 6

b) Soit l'entier naturel N $= 999\,888\,777\,666\,555\,444\,333\,222\,111$.

- Montrons que N peut s'écrire en fonction de 111 :

$N = 111 + 2\times111\times10^3 + 3\times111\times10^6 + 4\times111\times10^9 + 5\times111\times10^{12} + 6\times111\times10^{15} + 7\times111\times10^{18} + 8\times111\times10^{21} + 9\times111\times10^{24}$

$\boxed{N = 111(1+2\times10^3+3\times10^6+4\times10^9+5\times10^{12}+6\times10^{15}+7\times10^{18}+8\times10^{21}+9\times10^{24})}$

- Le reste de la division euclidienne de N par 7 :

$N \equiv 6(1+5+3+3+5+1+0+6+2)[7] \Leftrightarrow N \equiv 2[7]$ alors le reste de la division euclidienne de N par 7 est 2.

EXERCICE 3 4,5pts

I - On considère les fonctions numériques définie sur $D =]-\infty;\,1] \cup [1;+\infty[$ par:

$h(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ *et* $k(x) = \left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}\right)\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$

1 - Montrons que $\forall x \in D,\ k(x) = 2\frac{\tan[h(x)]}{h(x)}$.

» $k(x) = \frac{\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}\right)\times\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}\right)\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)} = \frac{\left[\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-\left(\sqrt{x^2-1}\right)^2\right]\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)}$

$= \frac{[x^2+1-x^2+1]\,\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)} = \frac{[2]\,\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)} = 2\frac{\tan[h(x)]}{h(x)}$. C.Q.F.D 0,5pt

2 - Determiner $\lim\limits_{x\to+\infty}[h(x)]$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)]$.

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty}[h(x)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}-\sqrt{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}\right]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\left[|x|\sqrt{\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}-|x|\sqrt{\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}(|x|-|x|) = \lim\limits_{x\to+\infty}(x-x) =$ **0.**

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}\right)\tan\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[2\frac{\tan[h(x)]}{h(x)}\right]$. posons

$X = h(x) = \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$ **on a**: $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)] = \lim\limits_{X\to 0}\left[\frac{\tan(X)}{X}\right]$ **car quant** $''x \to +\infty, X \to 0,''$

De plus on sait que $\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\tan(ax)}{(ax)}\right] = 1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)] = \lim\limits_{X\to 0}\left[\frac{\tan(X)}{X}\right] = \underline{\underline{1}}$

II- On considèrela fonction g définiesur $]0;\ +\infty[$ **par** $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrons que $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$ et dressons le tableau de variations de g

On a $\forall x \in]0;\ +\infty[$, *on a* $g'(x) = \frac{(x^2-1)'(\sqrt{x}) - (\sqrt{x})'(x^2-1)}{(\sqrt{x})^2} + 0 = \frac{2x(\sqrt{x}) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(x^2-1)}{(\sqrt{x})^2} = \frac{(2x\sqrt{x}) - \left(\frac{x^2-1}{2\sqrt{x}}\right)}{(\sqrt{x})^2}$

$\left(\frac{4x^2-x^2-1}{(2\sqrt{x})}\right) \times \left(\frac{1}{(\sqrt{x})^2}\right) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$. C.Q.F.D 1,5pt

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

Tableau de signe

x	0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$+\infty$
g(x)'	‖	−	|	+	
g(x)	‖	↘	0	↗	

2- $\forall x \in]0;\ +\infty[$, *$g(x)$ est toujours au dessus des axes (Ox) donc $g(x)$ est positive sur* $]0;\ +\infty[$, 0,5pt

3- Demontrons que pour **tout** $x \in [1;\ 2]$; *on a* $\frac{\sqrt{2}}{4} \le g'(x) \le \frac{11}{2}$

$\forall x \in [1;\ 2]$

On a $a\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 1 \le \sqrt{x} \le \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow 1 \le x\sqrt{x} \le 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{2}} \le \frac{1}{2x\sqrt{x}} \le \frac{1}{2}$ **(1)**

$\begin{cases} 1 \le x^2 \le 4 \\ 3 \le 3x^2 \le 12 \end{cases} \Rightarrow 2 \le 3x^2 - 1 \le 11$ **(2)**

(1)×(2) $\Leftrightarrow \frac{2}{4\sqrt{2}} \le \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}} \le \frac{11}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{4} \le \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}} \le \frac{11}{2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4} \le g'(x) \le \frac{11}{2}$ C.Q.F.D

4- **En déduire a l'aide des inégalités des accroissements finis que :** 0,75pt
pour tout $x \in [1; 2]$, $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \le g(x) \le \frac{11}{2}(x-1) + 3$

d'après le T.A.F.pour **tout** $x \in [1;\ 2]\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) \le g(x) - g(1) \le \frac{11}{2}(x-1)$ **or** $g(1) = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \le g(x) \le \frac{11}{2}(x-1) + 3$$

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES : [4pts]

TÂCHE 1*: Répondrons a la suggestion de* BATARA 1,5pts

Ona:

- ✓ $\breve{Z}_R = R$ (*R = resistance en Ohm*).
- ✓ : $\breve{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$(C=*capacité du condensateur en Farad*)
- ✓ :$\breve{Z}_L = jL\omega$ (L= *L'inductance de la bobine en Henry*).
- ✓ : $\breve{Z} = \breve{Z}_R + \breve{Z}_C + \breve{Z}_L$.
- ✓ φ est L'argument de $\breve{Z}$

» **L'impédance** caractéristiques de ce circuit est :$\breve{Z} = \breve{Z}_R + \breve{Z}_C + \breve{Z}_L = R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega$

$\tilde{Z} = R - j\frac{1}{C\omega} + jL\omega = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ **0,5pt**

» **Module** Limpedance caractéristiques de ce circuit: *est* $|\tilde{Z}| = \left|R + j(L\omega - \frac{1}{jC\omega})\right| = \sqrt{(R)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

» L'argument de $\tilde{Z}$ (*Le déphasage entre le courant et la tension*) est :$Arg(\tilde{Z}) = \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$

ou bien $\begin{cases} \varphi = Arcos\left(\frac{R}{|Z|}\right) = Arcos\left(\frac{R}{\sqrt{(R)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}\right) \\ \varphi = Arsin\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{|Z|}\right) = Arsin\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{\sqrt{(R)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}\right) \end{cases}$ **0,5pt**

TÂCHE 2: Déterminons code du coffre de M MAXWELL ? 2,5pts

On a:$\overline{xyzts}^{10}$ alors $0 \leq x \leq 9$; $0 \leq y \leq 9$; $0 \leq z \leq 9$; $0 \leq t \leq 9$; $0 \leq s \leq 9$;

- » Le premier chiffres est paire alors, $x \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$;
- » La somme des deux premiers chiffre **15** , alors $x + y = 15$;
- » Le troisième est la différence des deux premiers, alors $x - y = z$
- » Le premier chiffre est Le produit du troisième par le quatrième, *alors* $x = z \times t$;
- » Le nombre est divisible par **9, alors** : $x + y + z + t + s \equiv 0[9]$.

La valeur de x qui vérifie toute la condition est **8** ; donc

$$x + y = 15 \Longrightarrow x = 8 \text{ et } y = 7$$

$$x - y = z \Longrightarrow z = 1\ ; z.t = x \Rightarrow t = 8$$

$$x + y + z + t + s \equiv 0[9]. \Leftrightarrow 8 + 7 + 1 + 8 + s \equiv 0[9] \Longrightarrow s = 9k + 3 \Rightarrow s = 3$$

Donc le code de Mr Maxwell est **:87183** $(0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5)pts$

C'est juste ce qu'il fallait pour avoir **20/20**

« *Le corps du baobab lisse mais celui de son enfant est recouvert du duvets piquants*

Mr .*KAKA DAIROU Warissilo Sardi*

MINESEC
COLLEGE PRIVE BILINGUE
L'EMERGENCE DE NGONG
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
Examinateur : Mr . KAKA DAIROU

SEQUENCE N 4

MINESEC
ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
CLASSE : **Tle C-D-E-TI**
DURÉE : **7H30-11H30**
Coef: 7(C)/6(E)/4(D)

Sujet 2

PARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 14,5pts

EXERCICE 1 ...(Uniquement TleC-E)........ 4 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On donne les points : $A(-1\,;0\,;2)$, $B(0\,;1\,;3)$, $C(1\,;3\,;0)$ et $D(-1\,;\,-1\,;1)$.

1) Calculer l'aire du triangle ABC
2) a) Calculer la distance du point D au plan (ABC)
   b) Les points A , B , C et D sont – ils coplanaires ?
3) Calculer le volume du tétraèdre $DABC$
4) a) Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABDE$ soit un parallélogramme.
   b) Calculer l'aire du parallélogramme $ABDE$

EXERCICE 2 .... 3PTS7

1°) On considère les équations différentielles :
$(E_0): y'' + 2y' + y = 0$ et $(E): y'' + 2y' + y = -x + 2$
1.1°) Résoudre (E_0).
1.2°) Déterminer le polynôme p du premier degré solution de (E)
1.3°) Soit h une fonction numérique.
Démontrer que h est une solution (E) si et seulement si $(h - p)$ est une solution de (E_0).
1.4°) Donner l'ensemble des solutions de (E).
1.5°) Déterminer g la solution de (E) telle que $g(0) = 4$ et $g'(0) = 0$.

EXERCICE 3 .... 7PTS

2°) Soit la fonction numérique à variable réelle f définie par $f(x) = -x + 4 + xe^{-x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé$(O; I; J)$. Unité graphique : 1 cm.

2.1°) Démontrer que $f(x) = x(-1 + e^{-x}) + 4$, puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$. Donner une interprétation graphique des résultats. 0,5 pt

2.2°) On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$. Soit (D) la droite d'équation $y = -x + 4$.

2.2.1°) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et justifier que la droite (D) est asymptote oblique de (C) en $+\infty$. 0,5 pt

2.2.2°) Etudier la position relative de (C) et (D). 0,5 pt

2.3.1°) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x) = -1 + (1 - x)e^{-x}$ 0,5 pt

2.3.2°) a) Déterminer le tableau de variation de f' de la dérivée de f. 0,5 pt
b) Calculer $f'(0)$ et en déduire le signe de $f'(x)$. 0,5 pt

2.3.3°) Dresser le tableau de variation de f ; tracer (C) et (D). 1 pt

2.4°) Soit $a > 0$. Déterminer en fonction de a, l'aire $S(a)$ de la partie du plan limitée par : (D), (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = a$. Calculer $\lim\limits_{a\to+\infty} S(a)$ 1 pt

PARTIE B. ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES : (6,5pts)

Une réserve naturelle contient essentiellement trois espèces de singes : des macaques ; des orang-outans et des chimpanzés. Les relevés topographiques de cette réserve naturelle simulés dans un laboratoire montrent que celle-ci est limitée dans un repère orthonormé (O, I, J) à l'échelle 1cm pour 4km, par la courbe (C) d'équation $y = x^3 - 3x^2 + 4$, la droite (OI) et les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives
$x = -1$ et $x = 2$.

Deux routes rectilignes assimilées aux droites (OJ) et (D) d'équation $x = 1$ divisent la réserve en trois sites distincts :

Le site A contenant des macaques est délimité par la courbe (C), les droites (OI), (D_1) et (OJ).

Le site B contenant des orangs-outans est délimité par la courbe (C) les droites (OI), (OJ) et (D).

Le site C contenant des chimpanzés est délimité par la courbe (C), les droites (OI), (D) et (D_2).

La densité de la population de macaques est de 15 macaques par km_2, celle d'orang-outans est de 10 orang-outans par km^2 et celle des chimpanzés est de 12 chimpanzés parkm^2. Pour protéger certains animaux de la réserve contre les zoonoses (maladies des bêtes). Les chercheurs les vaccinent 3 fois. La première vaccination nécessite 1,136 litre de vaccin. La deuxième nécessite 1,54 litre. Les doses de vaccin (en millilitres) par animal sont données par le tableau suivant :

	Macaque	**Orang-outang**	**Chimpanzé**
1ère dose de vaccin	2ml	1ml	3ml
2ème dose de vaccin	2ml	3ml	4ml
3ème dose de vaccin	2ml	5ml	5ml

Dans la réserve, 15% de chimpanzés ont une maladie M_1. Parmi les chimpanzés atteints par la maladie M_1, 20% ont une maladie M_2 et parmi les chimpanzés non atteints par la maladie M_1, 4% ont la maladieM_2. On choisit un chimpanzé au hasard pour une étude dans un laboratoire.

Tâches :

1. Déterminer le nombre d'animaux de cette réserve. **2,25 pts**
2. Déterminer le volume de vaccin en litres nécessaire pour la 3ème vaccination. **2,25 pts**
3. Déterminer la probabilité pour que le chimpanzé choisi soit atteint de la maladieM_2. **2,25 pts**

CORRECTION

PARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 14,5pts

EXERCICE 1...(Uniquement TleC).........4PTS...

$A(-1\,;0\,;2)$, $B(0\,;1\,;3), C(1\,;3\,;0)$ et $D(-1\,;\,-1\,;1)$.

1) Calcul de l'aire du triangle ABC

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\3\\-2\end{pmatrix} \Longrightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\4\\1\end{pmatrix}$$

$$Aire(ABC) = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\sqrt{25+16+1} = \frac{\sqrt{42}}{2} unité\ d'aire$$

2) a) Calcul de la distance du point D au plan (ABC)

$$d(D\,;\,(ABC)) = \frac{|(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AD}|}{\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\|} = \frac{|-10-4-1|}{\sqrt{25+16+1}} = \frac{5\sqrt{42}}{14}$$

b) $d(D\,;\,(ABC)) \neq 0$ alors les points $A\,,B\,,C$ et D ne sont pas coplanaires

3) Calcul du volume du tétraèdre $DABC$

$$V = \frac{1}{3}\times Aire(ABC)\times d(D\,;\,(ABC)) = \frac{5}{2} unité\ de\ volume$$

4) a) Détermination des coordonnées du point E

Soit $E(x\,;y\,;z), \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} \Longrightarrow \begin{cases}-1-x=1\\-1-y=1\\1-z=1\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}x=-2\\y=-2\\z=0\end{cases} \Longrightarrow E(-2\,;\,-2\,;0)$

b) Calcul de l'aire du parallélogramme $ABDE$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}-1\\-2\\-2\end{pmatrix} \Longrightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$$

$$Aire(ABDE) = \|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AE}\| = \sqrt{2}\ unité\ de\ volume$$

EXERCICE 2.........

1°) On considère les équations différentielles :

$(E_0): y'' + 2y' + y = 0$ et $(E): y'' + 2y' + y = -x + 2$

1.1°) Résoudre (E_0)

Soit l'équation caractéristique $r^2 + 2r + 1 = 0$, $\Delta = (2)^2 - 4(1)(1) = 0$ d'où $r_0 = -1$.
Ainsi, les solutions de cette équation différentielle sont des fonctions $f(x) = (Ax+B)e^{-x}\,;\ A\,,B\ \in\mathbb{R}$.

1.2°) Soit $P(x) = ax + b$, $p'(x) = a$ et $P''(x) = 0$.

On a alors $P''(x) + 2P'(x) + P(x) = 2 - x \iff 2a + ax + b = -x + 2 \iff ax + (2a+b) = -x + 2$
Par identification, $a = -1$ et $2a + b = 2$. D'où $a = -1$ et $b = 4$. Donc $P(x) = -x + 4$.

1.3°) Démontrons que h est une solution (E) si et seulement si $(h - p)$ est une solution de (E_0).

On a $(h-P)'' + 2(h-P)' + h - P = 0 \iff h'' - P'' + 2h' - 2P' + h - P = 0$
$\iff h'' + 2h' + h - (P'' + 2P + P) = 0 \iff h'' + 2h' + h = P'' + 2P' + P$
$\iff h'' + 2h' + h = 2(-x+4)' + (-x+4) \iff h'' + 2h' + h = -2 - x + 4 = -x + 2$
D'où $(h - P)$ est solution de (E_0).

1.4°) Ensemble de solution de (E)

On a $h - P = f \iff h = f + P \Rightarrow h(x) = (Ax+B)e^{-x} - x + 4$. D'où les solutions de (E) sont des fonctions $h(x) = (Ax+B)e^{-x} - x + 4\,;\ A\,,B\ \in\mathbb{R}$

1.5°) Déterminons g solution de (E) telle que $g(0) = 4, g'(0) = 0$

On a $g(x) = (Ax+B)e^{-x} - x + 4$ et $g(0) = 4 \Rightarrow B + 4 = 4 \iff B = 0$
$g'(x) = Ae^{-x} - (Ax+B)e^{-x} - 1\,,\ g'^{(0)} = 0 \iff A - B - 1 = 0 \iff A = 1$
Donc $g(x) = xe^{-x} - x + 4$

MINISTERE
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examinateur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
TLe C-D-E-TI
DURÉE : 4h

Sujet 2

Coef :7(C)/4 (D-TI) 6(E)

La qualité des figures, et la clarté de la rédaction sont les éléments qui définissent l'hygiène de la mathématique

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

EXERCICE 1 2pts

→ On considère le nombre complexe $\mathcal{U} = 1 + i(2 - \sqrt{3})$

a. Montrer que $\frac{(1-i)(1+i\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$ **et** que $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$. 0,5pt

→ On considère les deux suites $(\mathcal{X}_n)_{n\in IN}$ et $(\mathcal{Y}_n)_{n\in IN}$ $x_0 = 1 ; y_0 = 0$ $\forall n \in IN$ $\begin{cases} \mathcal{X}_{n+1} = x_n - (2-\sqrt{3})y_n \\ \mathcal{Y}_{n+1} = (2-\sqrt{3})x_n + y_n \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que $\mathcal{X}_n + i\mathcal{Y}_n = \mathcal{U}^n$ 1pt

b) Déduire que $\mathcal{X}_n = \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n}$ **et** $\mathcal{Y}_n = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n}$ 0,5pt

EXERCICE 3 6pts (uniquement Tle C-E)

I. Soit les matrices **A et B** définies par : $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 2 & 5 & -7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 1 & 9 & 5 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

1- Déterminer la matrice **R** comme reste de la division euclidienne de **AXB** par **10** ($A \times B \equiv R[10]$)

II. Pour tout $n \in IN^*$ *on pose* $S_n = \sum_{k=0}^{n-1}(31)^k$

1- Déterminer les valeurs de **n** pour que $S_n \equiv 0[12]$

2- a) Démontrer que $\forall n \in IN^*, 30S_n = 31^n - 1$.

b- Déduire que S_{2021} *et* 31 *sont etrangers* ($S_{2021} \wedge 31 = 1$).

EXERCICE 3 4pts

1- Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x) = sin^2 x$

a- Etudier la monotonie de f sur IR 0,5pt

b- Démontrer que f admet une réciproque noté f^{-1} 0,5pt

c- Déterminer sur quel intervalle f^{-1} est-elle dérivable et montrer que $(f^{-1})' = \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$ 1pt

2- Soit $(\mathcal{U}_n)$ *et* $(\mathcal{V}_n)$ deux suites définie par : $\mathcal{U}_0 = \frac{1}{2}$; $\mathcal{U}_n \in [0;1]$ $\mathcal{U}_{n+1} = \frac{2\mathcal{U}_n}{1+\mathcal{U}^2{}_n}$; $\mathcal{V}_n = \frac{1-\mathcal{U}_n}{1+\mathcal{U}_n}$

a- Montrer que $\mathcal{V}_{n+1} = \mathcal{V}_n^2$ 0,5pt

b- Montrer par récurrence que $\mathcal{V}_{n+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{(2^n)}$ et que $0 \le 1 - \mathcal{U}_{n+1} \le \frac{4}{5}(1 - \mathcal{U}_n)$ 1pt

c- Montrer que $0 \le 1 - \mathcal{U}_n \le \left(\frac{4}{3}\right)^n$ **et que** $\forall n \in IN$ $1 - \frac{1}{n}\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right) \le \frac{\sum_{k=1}^{n}\mathcal{U}_n}{n}$ 0,5pt

EXERCICE 4 (3,pts)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points $A(-1 ; 1 ; -3)$; $B(-2 ; 3 ; -3)$; $C(-2 ; 1 ; 0)$.

1) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
2) Soit I le point de coordonnées $(-1 ; 3 ; 0)$.
   Calculer la distance de I au plan (ABC). Ces points A , B , C et I sont-ils coplanaires ?
3) a) Calculer l'aire A du triangle ABC en unité d'aire.
   b) Déterminer le volume V (en unité de volume) de la pyramide de sommet I et de base le triangle ABC.

PARTIE B. ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES : (4,5pts)

L'évolution de chiffre d'affaire de l'entreprise de Mr Maxwell en fonction de numéro de l'années est regroupée dans le tableau ci-dessous

année	2018	2019	2020	2021	2022	2023
N° de l'année (xi)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Chiffre d'affaire (yi)	**2,4**	**3,8**	**4,1**	**5**	**5,2**	**5,6**

KAKA l'ami de M. MAXWELL possède un terrain qu'il veut absolument clôturer pour sécuriser doit acheter du fil barbelé pour la clôture de ces terrains.5metre de fil barbelé coute 8**000FCFA** et $1unit\acute{e}$ est égale **5m.**

- ***Le terrain*** , est formée l'ensemble des points **M(x ;y)** du plan complexe vérifiant le relation: $z\overline{z} + 2(z + \overline{z}) + |z - \overline{z}| - 11 = 0$ **avec** $z = x + iy$**.**

Dan*s la* boutique de M. MAXWELL, le petit BALAWE constante qu'il y a un carton ayant la forme d'un parallélépipède rectangle donc les dimensions mentionner sur le carton sont les suivantes :140cm, 112cm et 84 cm. très curieux de savoir le contenu de ce carton, BALAWE demande au boutiquier qu'est-ce qu'Il y a dans ce carton ? répondit le boutiquier *« ce carton est emplie de cube identiques dont l'arrêtes mesure un plus grand nombre entier de centimètre »*

Tâches :

1- Déterminer le budget nécessaire pour la clôture de ce terrain 1,25pt

2- Quelle sera le chiffre d'affaire de l'entreprise de M. MAXWELL en **2025** 1,5pt

3- Aidez BALAWE à trouver le nombre de cube qui se trouve dans ce carton 1,25pt

« ***Quant vous demandez ou est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendants l'examen »***

CORRECTION

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES [15,5pts]

EXERCICE 1 2pts

I- On considère le nombre complexe $\mathcal{U} = 1 + i(2 - \sqrt{3})$

a) **Montrons que** $Z = \frac{(1-i)(1+i\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$ **et que** $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

$$\frac{(1-i)(1+i\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \times 2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \times e^{i\frac{\pi}{3}}}{2\sqrt{2}}$$

$$= e^{-i\frac{\pi}{4}+i\frac{\pi}{3}} = e^{i\frac{\pi}{12}} \text{ . C.Q.F.D}$$

On n a : $Z = \frac{(1-i)(1+i\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$

$$= 1 + \sqrt{3} + i(\sqrt{3} - 1)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{Re(Z)}{|Z|} \\ \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{Im(Z)}{|Z|} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}$$

$$= \frac{\frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}{\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-2+\sqrt{3}}{-1}$$

$$= 2 - \sqrt{3} \quad \text{C.Q.F.D}$$

II- **On considère les deux suites** $(\mathcal{X}_n)_{n\in IN}$ **et** $(\mathcal{Y}_n)_{n\in IN}$

$$x_0 = 1; y_0 = 0 \quad \forall n \in IN \begin{cases} \mathcal{X}_{n+1} = x_n - (2-\sqrt{3})y_n \\ \mathcal{Y}_{n+1} = (2-\sqrt{3})x_n + y_n \end{cases}$$

b) ***Montrer par récurrence que*** $\mathcal{X}_n + i\mathcal{Y}_n = \mathcal{U}^n$

- ***Soit la proposition*** "$\mathcal{X}_n + i\mathcal{Y}_n = \mathcal{U}^n$"

✓ *Pour n=0,* $\mathcal{X}_0 + i\mathcal{Y}_0 = 1 + i \times 0 = 1 = \mathcal{U}^0$ ***vrai***

✓ Supposons que la proposition est vraie au ra**ng n** et montrons quel est aussi vrai au ***rang n+1*** c.-à-d. que $\mathcal{X}_{n+1} + i\mathcal{Y}_{n+1} = \mathcal{U}^{n+1}$

on a :

$$x_{n+1} + iy_{n+1} = [x_n - (2-\sqrt{3})y_n] + i[(2-\sqrt{3})x_n + y_n]$$

$$= x_n[1 - i(2-\sqrt{3})] + y_n[1 - i(2-\sqrt{3})]$$

$$= \underbrace{[x_n + y_n]}_{\mathcal{U}^n}\underbrace{[1 - i(2-\sqrt{3})]}_{\mathcal{U}^1}$$

$$= \mathcal{U}^n \times \mathcal{U}^1$$

$$= \mathcal{U}^{n+1} \quad \textit{vraie}$$

✓ **Conclusion :**

$$\forall n \in IN, \quad "\mathcal{X}_n + i\mathcal{Y}_n = \mathcal{U}^n"$$

c) Déduire que

$$\mathcal{X}_n = \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n} \text{ et } \mathcal{Y}_n = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n}$$

D'après les questions précédentes, on a :

$\mathcal{X}_n + i\mathcal{Y}_n = \mathcal{U}^n$ de plus,

$\mathcal{U} = 1 + i(2-\sqrt{3})$ *donc*

$\mathcal{U}^n = \left[1 + i(2-\sqrt{3})\right]^n$ *or* $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

$$\mathcal{U}^n = \left[1 + i\left(\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)\right]^n$$

$$\mathcal{U}^n = \left[1 + i\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}\right)\right]^n \textit{ car } \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}$$

$$\mathcal{U}^n = \left[\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}\right)\right]^n$$

$$\mathcal{U}^n = \left[\cos\left(\frac{n\pi}{12}n\right) + i\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)\right]\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}\right)^n$$

(d"apres la formule de Moivre)

$$\mathcal{U}^n = \underbrace{\frac{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n}}_{\mathcal{X}_n} + i\underbrace{\frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^n}}_{\mathcal{Y}_n}$$

C.Q.F.D

1) Calcul de p_1, p_2 et p_3

Comme p_1, p_2 et p_3 dans cet ordre, forment des termes d'une progression géométrique de raison $q=\frac{1}{2}$, on a : $p_2 = qp_1$ et $p_3=q^2p_1$; c'est-à-dire $p_2 =\frac{1}{2}\ p_1$ et $p_3=\frac{1}{4}p_1$. On a alors $p_1+\ \frac{1}{2}\ p_1 + \frac{1}{4}\ p_1 =1$; soit $p_1 = \frac{4}{7}$; d'où $p_2=\frac{2}{7}$ et $p_3=\frac{1}{7}$.

2) a) Gains possibles du joueur

Les gains possibles sont : -500 ; 0 ; 500. On pourra les déterminer à l'aide d'un arbre.

b) Détermination de la loi de probabilité de X en fonction de x

$$P(X=-500) = \frac{C_2^1.C_n^1}{C_{n+2}^2} + \frac{C_2^2}{C_{n+2}^2}\times\frac{4}{7} = \frac{28n+8}{7(n+2)(n+1)}$$

$$P(X=0)= \frac{C_n^2}{C_{n+2}^2} + \frac{C_2^2}{C_{n+2}^2}\times\frac{2}{7} = \frac{7n^2-7n+4}{7(n+2)(n+1)}$$

$$P(X=500) = \frac{C_2^2}{C_{n+2}^2}\times\frac{1}{7} = \frac{2}{7(n+2)(n+1)}$$

x_i	-500	0	500
$P(X=x_i)$	$\frac{28n+8}{7(n+2)(n+1)}$	$\frac{7n^2-7n+4}{7(n+2)(n+1)}$	$\frac{2}{7(n+2)(n+1)}$

3. pour n=5

a) calculons E(X)

X_i	-500	0	500
$P(X=X_i)$	$\frac{148}{294}$	$\frac{144}{294}$	$\frac{2}{294}$

$E(X) = \left(-500\times\frac{148}{294}\right) + \left(0\times\frac{144}{294}\right) + \left(500\times\frac{2}{294}\right) = -248{,}3 \quad\Rightarrow$ **$E(X) = -248{,}3$**

b) Détermination et construction de la fonction de répartition

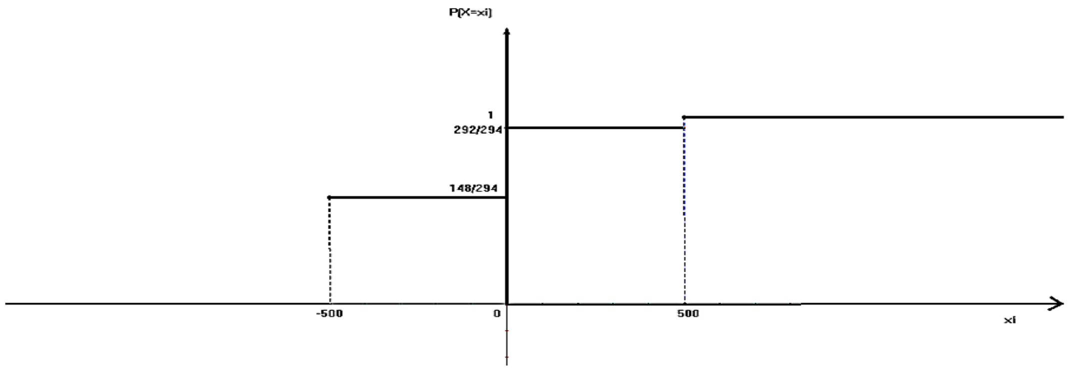
Si $x \in]-\infty; -500[$, alors $F(X) = 0$

si $x \in [-500 ; 0[$, alors $F(X) = \frac{148}{294}$

si $x \in [0 ; 500[$, alors $F(X) = \frac{292}{294}$

Si $x \in]500 ; +\infty[$, alors $F(X) =1$

Construction de F



Tâche 3 : Donnons la date de la prochaine coïncidence de visite des deux fournisseurs.

- <u>Déterminons le nombre de jours qui s'écouleront de leurs derniers passages au marché jusqu'au jour où ils se rencontrent.</u>

  Soient n et m les nombres respectifs de visites nécessaires du premier et du deuxième fournisseur pour la prochaine coïncidence.

  Puisqu'il y'a 7 jours de différence entre leurs premiers passages, alors on a $21n - 16m = 7$, qui est une équation diophantienne.

  Une solution particulière est $(11\ ;\ 14)$ et d'après Gauss, $n = 16k + 11$ et $m = 21k + 14$, où k est un entier naturel. Avec n et m positifs et pour la première coïncidence, on a $k = 0$ et par conséquent $n = 11$ et $m = 14$.

  Pour le premier fournisseur, ils s'écouleront 21×11 = 231 jours et pour le deuxième fournisseur, 16×14 = 224 jours.

- <u>Déterminons la date de la prochaine rencontre.</u>

  231 – (11 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) = 231 – 223 = 8. Donc il y'aura coïncidence le 8 Août 2022.

  Ou bien :

  224 - (4 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) = 231 – 216 = 8.


République du Cameroun
PAIX-TRAVAIL-PATRIE
Fascicule de Mathematiques.
Collection le Scorpion Volume 2.
Classe : Première C-D-E-TI
Sujets + Corrigés
Mr.KAKA DAIROU WARISSILO SARDI
Enseignant de mathématiques
681-44-69-17/695-76-24-75
Le Scorpion Vol 2


République du Cameroun
PAIX-TRAVAIL-PATRIE
Fascicule de Mathematiques.
Collection le Scorpion Volume 2.
Classe : 3ème
Sujets + Corrigés
Mr.KAKA DAIROU WARISSILO SARDI
Enseignant de mathématiques
681-44-69-17/695-76-24-75
Le Scorpion Vol 2