Barycentre

EXERCICE 1 - BARYCENTRE DE POINTS PONDÉRÉS

1. Construire le barycentre des points {(A,1);(B,2)} sachant que AB = 6 cm .
2. Construire le barycentre des points {(A,3);(B,-3)} sachant que AB = 8 cm .
3. Construire le barycentre des points {(A,1);(B,-2)} sachant que AB = 4 cm .
4. Construire le barycentre des points {(M,-3);(N,-2)} sachant que MN = 10 cm .

EXERCICE N° 2 :

1. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $\|5\vec{MA}+6\vec{MB}\|=22.$
2. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $\|-5\vec{MA}+8\vec{MB}\|=12.$
3. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $\|5\vec{MA}-6\vec{MB}\|=\|7\vec{MA}-6\vec{MB}\|.$
4. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\vec{MA}+7\vec{MB}\|=\|20\vec{MA}-11\vec{MB}\|.$

EXERCICE N° 3 :

Soit R un repère orthonormé du plan .
1. Construire le barycentre G des points {(A,2);(B,3)} sachant que les coordonnees, dans R, de ces points sont A(3;4) et B(-1;2) .
2. On note C_1 l'ensemble des points M du plan tels que $\|4\vec{MA}+5\vec{MB}\|=45.$.
Déterminer l'équation de l'ensemble C_1 .
2. On note C_2 l'ensemble des points M du plan tels que $\|3\vec{MA}+2\vec{MB}\|=\|7\vec{MA}-2\vec{MB}\|.$.
Déterminer l'équation de l'ensemble C_2 .

Trouver un lieu de points

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm.
Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que :
$\|\vec{MA}+\vec{MB}+2\vec{MC}\|=\|\vec{MB}+3\vec{MC}\|.$

EXERCICE 4 - DÉTERMINER UN LIEU DE POINTS

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 8 cm et BA = 5 cm.

Soit I le milieu de [BC].
1. Placer le point F tel que $\vec{BF}=-\vec{BA}$ et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par des réels que l'on déterminera.
2. P étant un point du plan, réduire chacune des sommes suivantes :
$\frac{1}{2}\vec{PB}+\frac{1}{2}\vec{PC}$
$-\vec{PA}+2\vec{PB}$
$2\vec{PB}-2\vec{PA}$
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\|,\frac{1}{2}\vec{MB}+\frac{1}{2}\vec{MC}|,,\|=\|-\vec{MA}+2\vec{MB}|,,\|$
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points N du plan vérifiant :
$\|,\vec{NB}+\vec{NC}|,,\|=\|2\vec{NB}-2\vec{NA}|,,\|$

EXERCICE 5 - EXERCICE DANS UN REPÈRE

1. Placer dans un repère les points A(1,2); B(- 3 , 4) et C(- 2 , 5).
Soit G le barycentre des points pondérés (A,3), (B,2) et (C, - 4).
2. Quelles sont les coordonnées de G ?Placer G.
3. La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère ? (Justifier)

EXERCICE 6 - ALIGNEMENT DE POINTS

Dans le triangle ABC, E est le milieu de [AB] et G est le barycentre de (A,-2) (B,-2) (C,15).
Démontrer que G,C et E sont alignés .

EXERCICE 7 - BARYCENTRE CLASSIQUE

ABCD est un quadrilatère et G est le barycentre de (A,1) (B,1) (C,3) (D,3).
Construire le point G. (Argumenter)

EXERCICE 8 - ISOBARYCENTRE ET QUADRILATÈRE

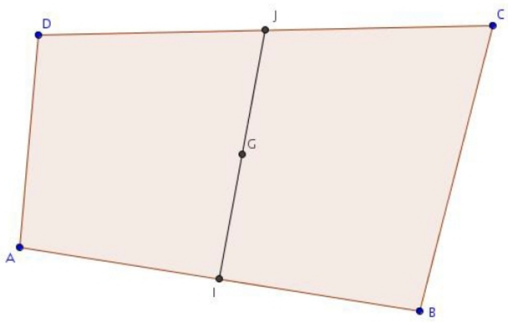
ABCD est un quadrilatère.

On note G son isobarycentre.
Le but de cet exercice est de préciser la position de G.

1) On note I le milieu de [AB] et J le milieu de [CD].

Montrer que G est le barycentre de I et J munis de coefficients que l'on précisera.

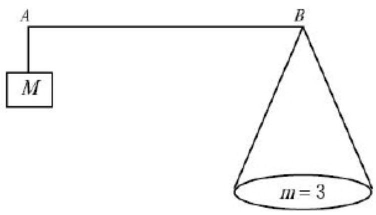
2) Conclure et faire une figure.

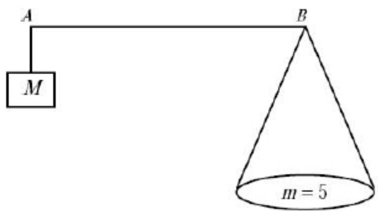


EXERCICE 9 - SCIENCES PHYSIQUES

Une balance est constituée d'une masse M et d'un plateau fixé aux extrémités d'une tige.
Pour peser une masse m, le vendeur place à une position précise un crochet sur la tige.
Cette balance a l'avantage pour le commerçant de ne pas manipuler plusieurs masses.

1. Pour chacun des cas suivants, où faut-il fixer le crochet G sur le segment [AB] pour réaliser l'équilibre ? (M = 2 kg)





On pourra reproduire ces schémas à l'échelle de son choix.

2. Le point G est tel que $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB}$.

Quelle est la masse m pesée ? (M = 2 kg).

EXERCICE 10 - DÉTERMINER LA POSITION D'UN BARYCENTRE

ABC est un triangle. On note G le barycentre de (A ; 2), (B ; 1) et (C ; 1).

Le but de cet exercice est de déterminer la position précise du point G.

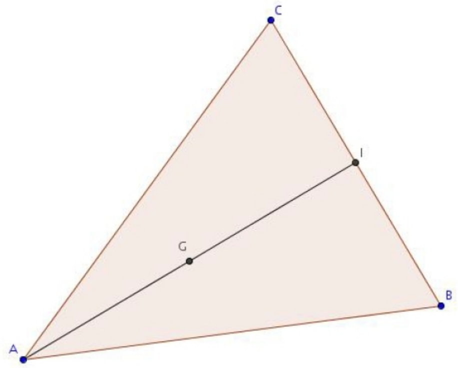
1. Soit I le milieu de [BC].

Montrer que :

$$\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$$

2. En déduire que G est le barycentre de A et I munis de coefficients que l'on précisera.

3. Conclure.



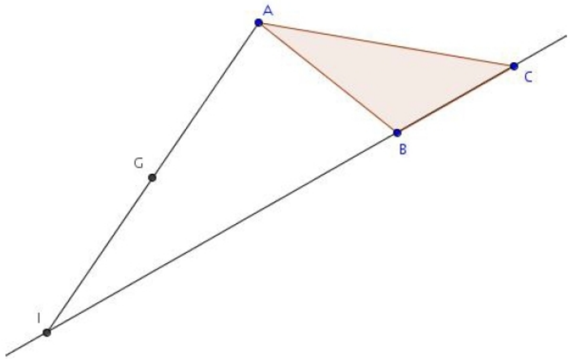
EXERCICE 11 - CONSTRUCTION ET POSITIONNEMENT

On considère un triangle ABC et l'on désigne par G le barycentre de (A ; 1), (B ; 4) et (C ; - 3).

1. Construire le barycentre I de (B ; 4) et (C ; - 3).

2. Montrer que $\vec{GA} + \vec{GI} = \vec{0}$.

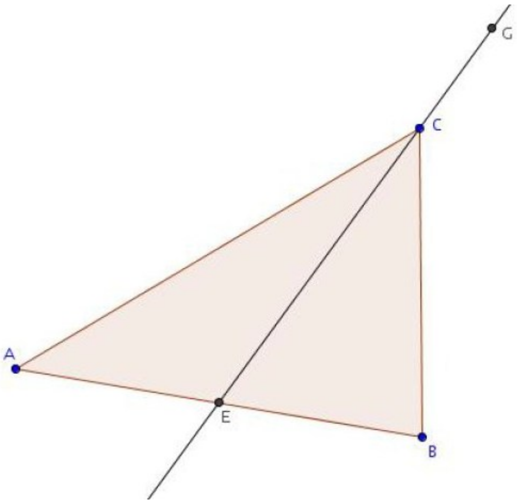
3. En déduire la position de G sur (AI).



EXERCICE 12 - DÉMONTRER QUE DES POINTS SONT ALIGNÉS

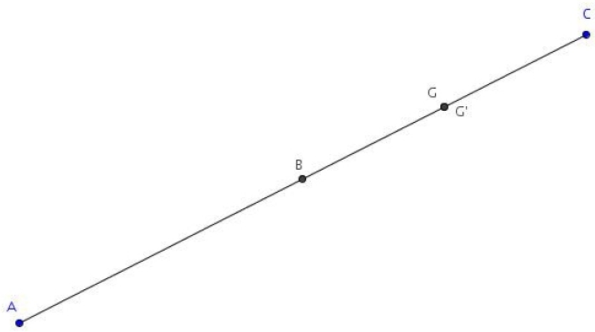
Dans le triangle ABC, E est le milieu de [AB] et G est le barycentre de (A ; - 2), (B ; - 2) et (C ; 15).

Démontrer que G, C et E sont alignés.



EXERCICE 13 - BARYCENTRES CONFONDUS

B est le milieu de [AC].
Démontrer que le barycentre de (A ; 1) et (C ; 3) est confondu avec celui de (B ; 2) et (C ; 2).



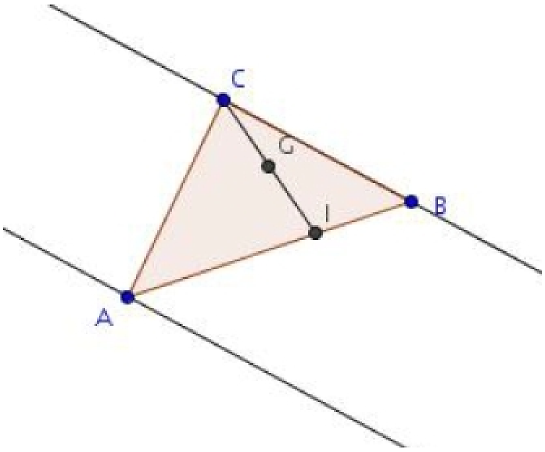
EXERCICE 14 - CONSTRUCTION DE BARYCENTRE DANS UN TRIANGLE

ABC est un triangle.

1. G est le barycentre de (A ; 1), (B ; 2) et (C ; 3). Construire le point G. Expliquer.

2. G ' est le barycentre de (A ; 1), (B ; 3) et (C ; - 3). Construire le point G ' . Expliquer.

3. Démontrer que (AG') est parallèle à (BC).



EXERCICE 15 - CONSTRUCTION D'UN BARYCENTRE

ABCD est un quadrilatère et G est le barycentre de (A ; 1), (B ; 1), (C ; 3) et (D ; 3).

Construire le point G. Expliquer.

EXERCICE 16 - ENSEMBLE DE POINTS

ABCD est un carré de centre G et de côté 4 cm.

1. Calculer la longueur GA .
2. Réduire la somme $\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}$ (à l'aide du point G).
3. Déterminer et représenter l'ensemble $\Gamma,_1$ des points M tel que : $,\|,\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD},,\|=8\sqrt{2}$
4. Déterminer et représenter l'ensemble $\Gamma,_2$ des points M tel que : $\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}$ soit colinéaire à $\vec{AD}$.

EXERCICE 17 - ALIGNEMENT DE POINTS

Dans le triangle ABC, le point E est le milieu de [AB]
et G est le barycentre de (A ; -2) (B;-2) et (C;8).

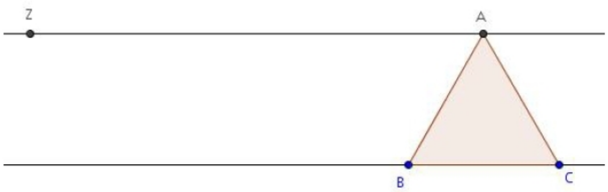
1. Exprimer E comme le barycentre de A et B .
2. Démontrer que G,C et E sont alignés .
3. C est-il le milieu de [EG] ?

EXERCICE 18 - TRIANGLE ÉQUILATÉRAL ET DROITES PARALLÈLES

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm.

1) Placer, en justifiant, le barycentre Z de (A ; 1), (B ; 3) et (C ; - 3).

2) Montrer que les droites (AZ) et (BC) sont parallèles.



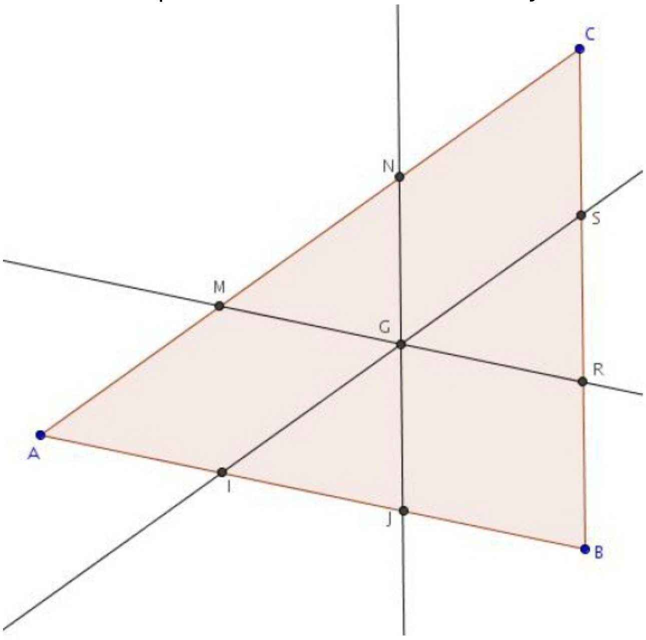
EXERCICE 19 - CENTRE DE GRAVITÉ ET DROITES CONCOURANTES

ABC est un triangle de centre de gravité G.
On note I, J, M, N, R et S les points définis par :

$$\vec{AI}=\frac{1}{3}\vec{AB};\vec{AJ}=\frac{2}{3}\vec{AB};\vec{AM}=\frac{1}{3}\vec{AC}$$

$$\vec{AN}=\frac{2}{3}\vec{AC};\vec{BR}=\frac{1}{3}\vec{BC};\vec{BS}=\frac{2}{3}\vec{BC}$$

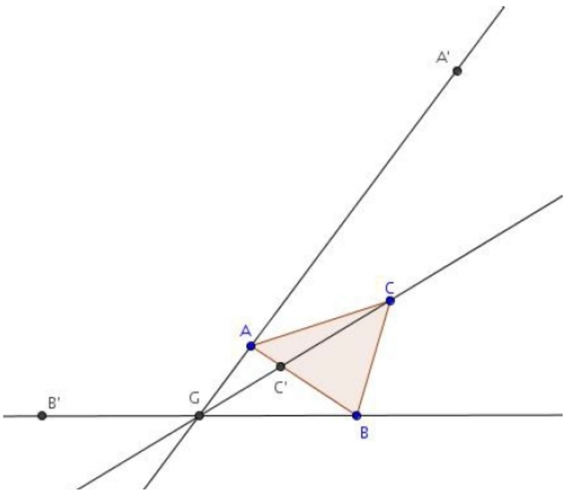
Démontrer que les droites (IS), (MR) et (NJ) sont concourantes en G.



EXERCICE 20 - DÉMONTRER QUE DES DROITES SONT CONCOURANTES

ABC est un triangle.
On considère le barycentre A' de (B ; 2) et (C ; - 3), le barycentre B ' de (A ; 5) et (C ; - 3) et le barycentre C ' de (A ; 5) et (B ; 2).

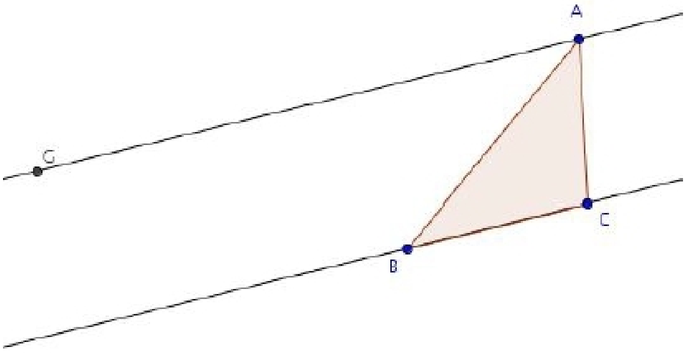
Démontrer que les droites (AA '), (BB ') et (CC ') sont concourantes.



EXERCICE 21 - DÉMONTRER QUE DES DROITES SONT PARALLÈLES

ABC est un triangle. Soit G le barycentre de (A ; 1), (B ; 3) et (C ; - 3).

Démontrer que les droites (AG) et (BC) sont parallèles.



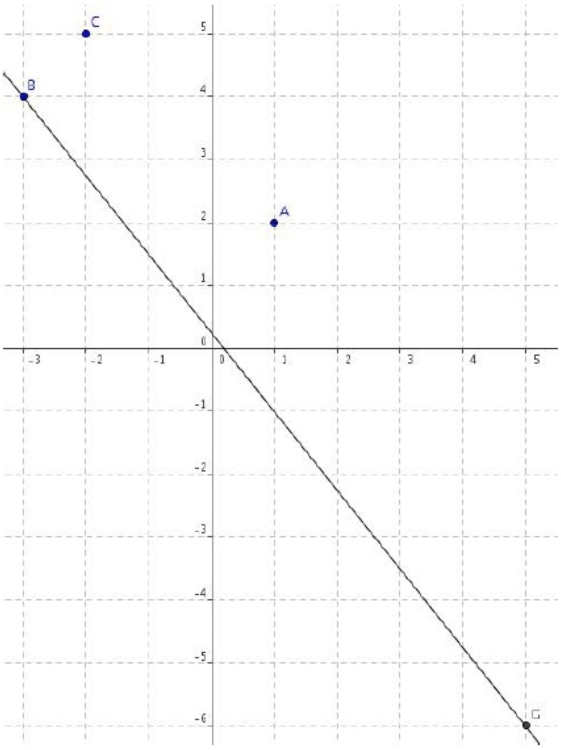
EXERCICE 22 - BARYCENTRE ET REPÈRE

1. Placer dans un repère les points A(1 ; 2), B(- 3 ; 4) et C(- 2 ; 5).

Soit G le barycentre des points pondérés (A ; 3), (B ; 2) et (C ; - 4).

2. Quelles sont les coordonnées de G? Placer G.

3. La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier.



EXERCICE 23 - UN LIEU GÉOMÉTRIQUE

[AB] est un segment de longueur 10 cm et G bar {(A ; 2) , (B ; 3)}

1. Développez et réduire $2(\vec{MG}+\vec{GA})^2+3(\vec{MG}+\vec{GB})^2$

2. Démontrez alors que pour tout point M du plan on a *$2MA^2 + 3MB^2 = 5MG^2 + 120$.*

3. Déterminez alors et représentez l'ensemble des points M du plan tels *que* $2MA^2 + 3MB^2 = 245$.

EXERCICE 24 - ENSEMBLE DE POINTS

A, B et C sont 3 points du plan non alignés et k un nombre réel quelconque.

I bar { (B ;1), (C ;2)} et *G* le barycentre de (*A*, k), (*B*, 1- k) et (*C*, 2)

1. Exprimer $\vec{IG}$ en fonction de $\vec{IA}$, $\vec{IB}$ et $\vec{IC}$.

2. Simplifier l'expression obtenue au 1. et en déduire l'ensemble (E) des points G lorsque k décrit $\mathbb{R}$.
3. Représentez graphiquement (E) dans le cas *AB = 5 cm, BC = 6 cm , AC = 5,5 cm.*

EXERCICE 25 - ASSOCIATIVITÉ DU BARYCENTRE

A, B, C et D sont quatre points distincts.
On note K le barycentre de (A, 3) (B, 1), J le milieu de [DC], G le centre de gravité de BCD et I le milieu de [AG].
Montrer que les points I, J et K sont alignés.

EXERCICE 26 - BARYCENTRE ET PARAMÈTRE

ABC un triangle ; à tout réel *m*, on associe le point G_m barycentre de (A ; 2) ; (B ; *m*) et (C ; - *m*).
On note O le milieu de [BC].
1. Expliquer pourquoi G_m existe toujours et démontrer que, lorsque *m* décrit $\mathbb{R}$, G_m décrit une droite D que vous préciserez.
2. a) Construisez G_2 et G_{-2} . Avec AB= 4cm , AC = 3cm et BC = 6cm
b) On suppose *m* différent de 2 et -2.
Soit G_m un point de D distinct de A, G_2 etG_{-2} .
Démontrer que (BG_m) coupe (AC) en un point noté I et que (CG_m) coupe (AB) en un point noté J.
3. Dans le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$,
calculez en fonction de *m* les coordonnées de I et J.
Déduisez-en que les points O, I et J sont alignés.
(On pourra utiliser la condition analytique de colinéarité de 2 vecteurs).

EXERCICE 27 - CENTRE DE GRAVITÉ

Soit ABC un triangle, A' , B' , et C' les milieux des côtés opposés à A, B et C respectivement, M un point donné.
On note A_1 , B_1 et C_1 les symétriques du point M par rapport à A' , B' , et C' .
On désigne par M' barycentre des points (A, 1) (B,1) (C,1) et (M,-1)
1. Montrer que les droites (AA_1) ; (BB_1) et (CC_1) sont concourantes en M '.
2. Soit G le centre de gravité de ABC. Montrer que M ' , M et G sont alignés et préciser la position de M ' sur la droite (MG).

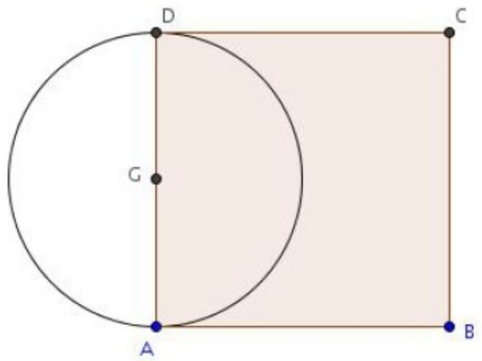
EXERCICE 28 - TROUVER UN ENSEMBLE DE POINTS DU PLAN

ABCD est un carré.

1. Quel est l'ensemble E des points M du plan tels que :

$$\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = AB$$

2. Représenter cet ensemble E.



EXERCICE 29 - CARRÉ

Soit ABCD un carré et K le barycentre des points pondérés (A ; 2), (B ; - 1), (C ; 2) et (D ; 1).

On note I le barycentre des points pondérés (A ; 2) et (B ; - 1), et J celui de (C ; 2) et (D ; 1).

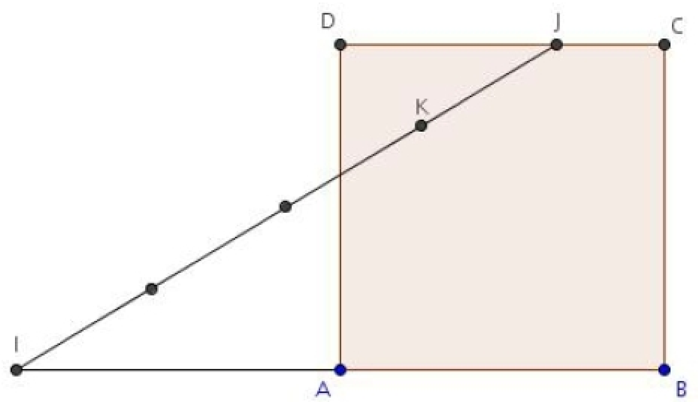
1. Placer I et J en justifiant.

2. Réduire l'écriture des vecteurs suivants :

$2\vec{KA} - \vec{KB} \, et \, 2\vec{KC} + \vec{KD}.$

En déduire que K est le barycentre de (I ; 1) et (J ; 3).

3. Placer K en justifiant.

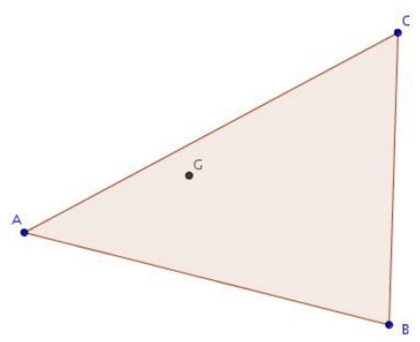


EXERCICE 30 - BARYCENTRE ET PLACEMENT DE POINTS

Soit ABC un triangle et G un point vérifiant :

$\vec{AB} - 4\vec{GA} - 2\vec{GB} - 3\vec{GC} = \vec{0}$

Le point G est-il le barycentre des points pondérés (A ; 5), (B ; 1) et (C ; 3) ? Justifier.



EXERCICE 31 - ISOBARYCENTRE, CENTRE DE GRAVITÉ ET REPÈRE

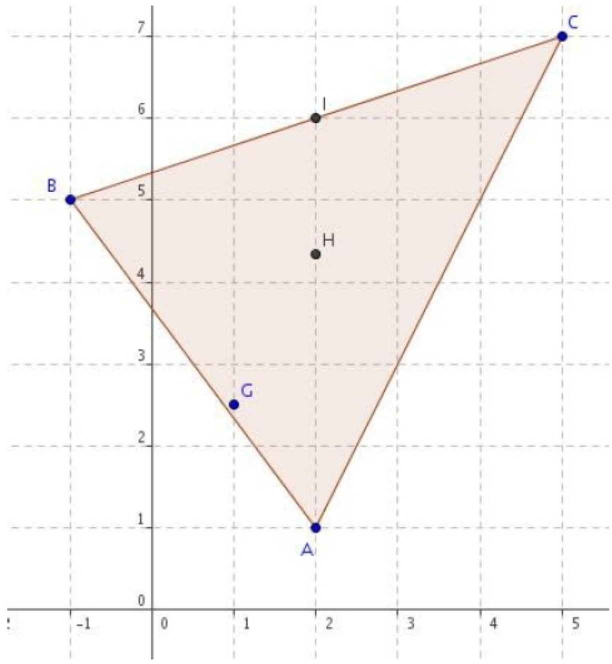
Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$,

1.Placer les points A(2 ; 1), B(- 1 ; 5), C(5 ; 7) et G(1 ; $\frac{5}{2}$).

2. Déterminer les coordonnés de l'isobarycentre I des points B et C.

3. Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABC.

4. Existe-t-il un réel k tel que G soit barycentre de (A ; 1) et (B ; k) ? Justifier.



EXERCICE 32 - ENSEMBLE DE POINTS

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 8 cm et BA = 5 cm. Soit I le milieu de [BC].

1. Placer le point F tel que $\vec{BF} = -\frac{1}{3}\vec{BA}$.
et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par des réels que l'on déterminera.

2. P étant un point du plan, réduire chacune des sommes suivantes :

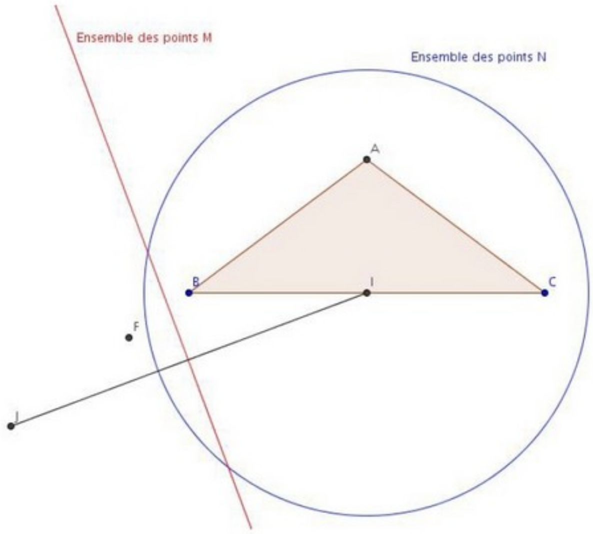
$$\frac{1}{2}\vec{PB} + \frac{1}{2}\vec{PC}$$
$$-\vec{PA} + 2\vec{PB}$$
$$2\vec{PB} - 2\vec{PA}$$

3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\|\frac{1}{2}\vec{MB} + \frac{1}{2}\vec{MC}\| = \| - \vec{MA} + 2\vec{MB}\|$$

4. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\|\vec{NB} + \vec{NC}\| = \|2\vec{NB} - 2\vec{NA}\|$$


Ensemble des points M
Ensemble des points N
A
B
I
C
F
J


Voir le corrigé de
ces exercices