



Géométrie dans l'espace

EXERCICE 1 - CERCLE ET LIEUX DE POINTS

Il est vivement recommandé d'utiliser un logiciel de géométrie...

1. Partie préliminaire :

on considère un triangle ABC , G son centre de gravité,
 Ω le centre de son cercle circonscrit et H son orthocentre.

Montrer que H est l'image de Ω dans une homothétie de centre G dont on précisera le rapport.

2. On considère un cercle Γ de centre O , de rayon R , passant par un point fixe A .
Soient B et C deux points de Γ tels que la distance BC soit constante et égale à l .

a. Quel est le lieu géométrique des milieux I de $[BC]$?

b. Quel est le lieu géométrique des centres de gravité G de ABC ?

c. Quel est le lieu géométrique des orthocentres H de ABC ?

3. Reprendre la partie 2. avec BC sur une droite Δ ne passant pas par A , A fixe.

EXERCICE 2 - HOMOTHÉTIES ET DROITES PARALLÈLES

ABC est un triangle isocèle ($AB = AC$).

E et F sont deux points du segment $[BC]$.

Les parallèles à (AB) menées par E et F coupent (AC) en G et H respectivement.

Les parallèles à (AC) menées par E et F coupent (AB) en I et J respectivement.

1. Montrer que $GH = IJ$.

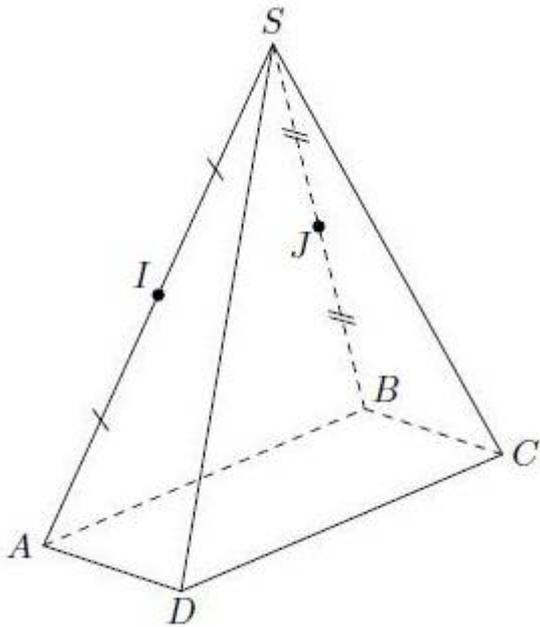
2. Quelle condition doivent vérifier E et F pour que (JG) et (IH) soient parallèles ?

EXERCICE 3 - PYRAMIDE À BASE TRIANGULAIRE

La pyramide $SABCD$ est à base rectangulaire.

On appelle I le milieu de $[SA]$ et J le milieu de $[SB]$.

Déterminer l'intersection des plans (DIJ) et (SAC) .



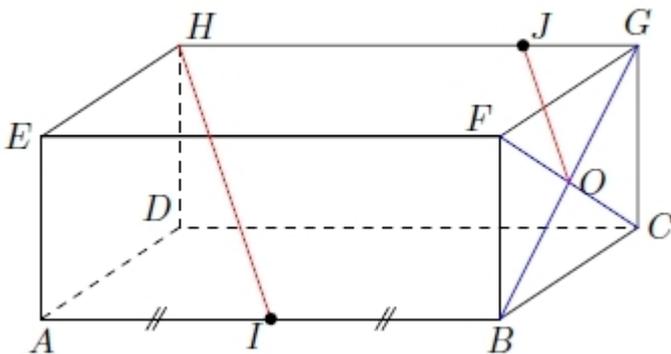
EXERCICE 4 - ETUDE D'UN PAVÉ DROIT

ABCDEFGH est un pavé droit.

On note I le milieu de l'arête [AB] et J le point tel que $\vec{HJ} = \frac{3}{4}\vec{AB}$.

O est le centre de la face BCGF.

Démontrer que les droites (IH) et (JO) sont parallèles.

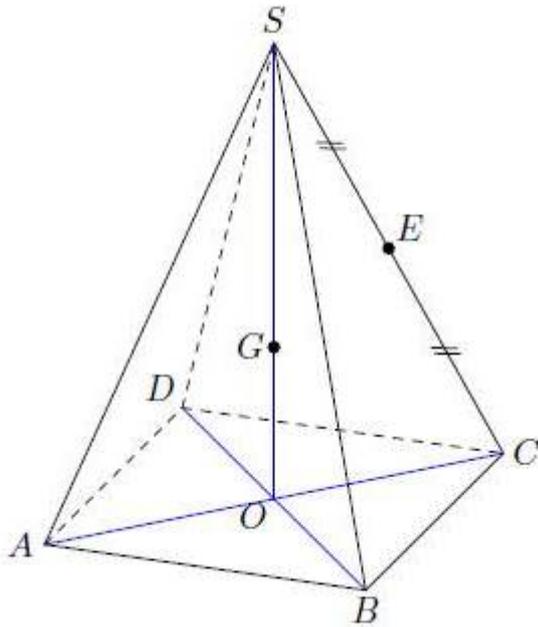


EXERCICE 5 - ETUDE D'UNE PYRAMIDE

SABCD est une pyramide à base carrée ABCD de centre O.

G est le centre de gravité du triangle SBD et E est le milieu du segment [SC].

Démontrer que les points A, G et E sont alignés.



EXERCICE 6 - POINTS COPLANAIRES

L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points :

$A(1; 0; -1)$ $B(-1; 0; 0)$ $C(1; -6; 4)$ $D(4; -9; 5)$ $E(3; -6; 3)$

1. Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.
2. Montrer que le point D appartient à la droite (AE).
3. Montrer que ABCE est un parallélogramme. Est-ce un rectangle ? Est-ce un carré ?

EXERCICE 7 - POINTS ALIGNÉS

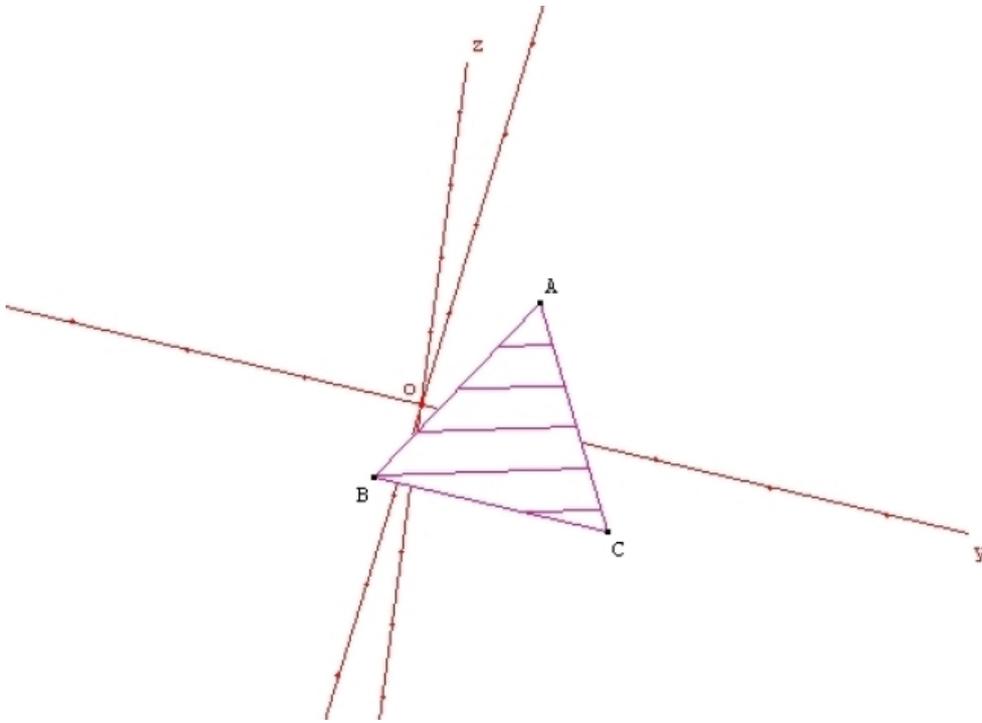
On donne $A(1; -2; 3)$, $B(0; 4; 4)$ et $C(4; -20; 9)$.

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

EXERCICE 8 - NATURE D'UN TRIANGLE

On donne $A(1; 1; 3)$, $B(\sqrt{2} + 1; 0; 2)$ et $C(\sqrt{2} + 1; 2; 2)$.

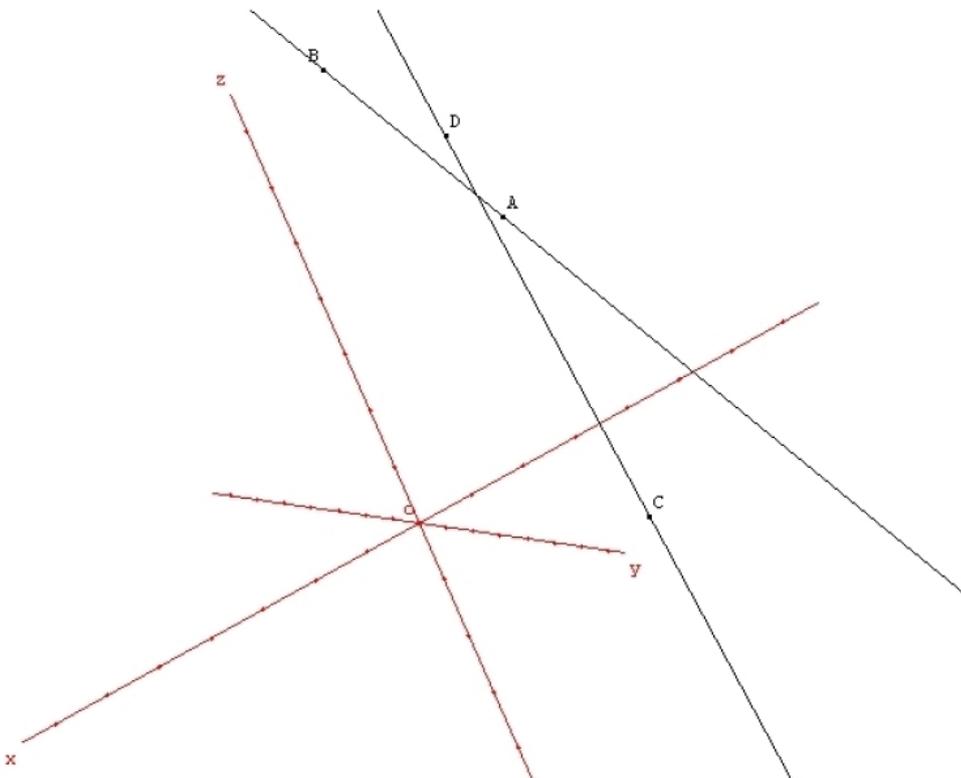
Quelle est la nature du triangle ABC ?



EXERCICE 9 - DROITES PARALLÈLES

On donne $A(-3 ; 1 ; 4)$, $B(-2 ; -1 ; 7)$, $C(-4 ; -1 ; -2)$ et $D(-5 ; -5 ; 4)$.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



EXERCICE 10 - CALCULER LES COORDONNÉES D'UN BARYCENTRE

On donne $A(2 ; -1 ; 3)$, $B(1 ; 2 ; 0)$, $C(-2 ; 1 ; 2)$ et $D(-1 ; -2 ; 5)$.

1. ABCD est-il un parallélogramme ? Un rectangle ?

2. Calculer les coordonnées de l'isobarycentre du quadrilatère ABCD.

