



Trigonométrie

EXERCICE 1 - DES ÉQUATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ les équations suivantes.

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

EXERCICE 2 - DÉTERMINER LA VALEUR DE COSINUS

Dans cet exercice, on donne :

$$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ puis de $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.

EXERCICE 3 - EXERCICE SUR LA TANGENTE

Dans cet exercice, on dispose de la donnée suivante : $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

1. Soit $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$. Démontrer que $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$.
2. En déduire que :
 $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}$.

EXERCICE 4 - RÉSOUDRE UNE ÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE

Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation : $\sin(2x) = \cos(x)$.

EXERCICE 5 - RÉSOUDRE DEUX ÉQUATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Résoudre dans $] -\pi; \pi [$ les équations suivantes :

1. $2\cos^3 x - 7\cos^2 x + 2\cos x + 3 = 0$.
2. $2\sin^3 x + \cos^2 x - 5\sin x - 3 = 0$.

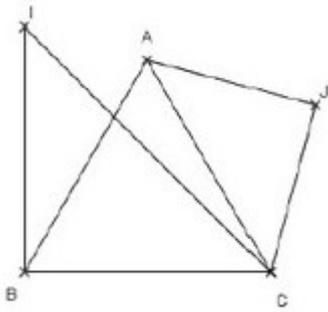
EXERCICE 6 - RÉSOUDRE UNE ÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE COMPLEXE

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$2\sin^3 x - 17\sin^2 x + 7\sin x + 8 = 0.$$

EXERCICE 7 - TRIANGLE ÉQUILATÉRAL ET MESURE D'ANGLES

Sur la figure ci-dessous, ABC est équilatéral, BCI et ACJ sont rectangles isocèles respectivement en B et J.



1. Déterminer une mesure de chacun des angles suivants :

$$(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$(\vec{BI}, \vec{BA})$$

$$(\vec{AI}, \vec{AB})$$

$$(\vec{BC}, \vec{CJ})$$

$$(\vec{CJ}, \vec{BI})$$

2. Montrer que les points A, I et J sont alignés.

EXERCICE 8 - CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE ET POINTS

Tracer un cercle trigonométrique et placer sur ce cercle les points A, M, N, P et Q repérés par les nombres suivants :

$$0, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{-3\pi}{4}, \frac{7\pi}{3}$$

EXERCICE 9 - MESURE PRINCIPALE D'UN ANGLE

Déterminer la mesure principale des angles :

$$\alpha = \frac{114\pi}{4}; \beta = -\frac{91\pi}{6}; \gamma = 70$$

EXERCICE 10 - RELATIONS MÉTRIQUES DANS LE TRIANGLE

ABC est un triangle avec $BC = 4, \hat{B} = \frac{\pi}{4}; \hat{C} = \frac{\pi}{3}$.

$$1. \text{ Démontrer que } \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

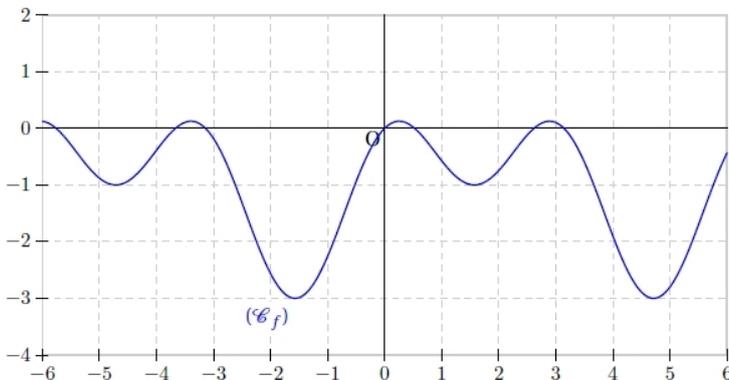
2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC.

EXERCICE 11 - REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Démontrer que la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \cos(2x) + \sin x - 1$$

est située entre les droites d'équation $y = -3$ et $y = 1$.



EXERCICE 12 - RÉSOUDRE UNE ÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE

Démontrer que, pour tout réel x :

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x).$$

EXERCICE 13 - UTILISER LES FORMULES D'ADDITION

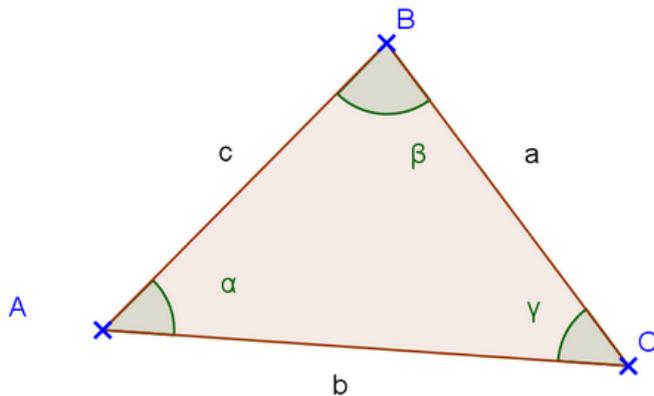
En utilisant les formules d'addition, calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 14 - LES FORMULES D'AL-KASHI

Soit ABC un triangle quelconque.

On note :

- a la longueur du segment [BC] ;
- b la longueur du segment [AC] ;
- c la longueur du segment [AB] ;



Montrer que :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos(\gamma)$$

EXERCICE 15 - FORMULE DE TRIGONOMÉTRIE

Montre que :

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 4\cos 2x$$

EXERCICE 16 - MESURE PRINCIPALE ET FIGURE DANS LE PLAN

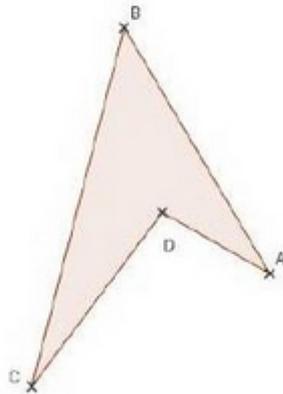
Calculer la mesure principale de (\vec{DC}, \vec{DA}) sachant que :

$$(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

$$(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$(\vec{CD}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{8} [2\pi]$$

Calculer la mesure principale de (\vec{DC}, \vec{DA}) sachant que : $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{6}$ [2 π] ,
 $(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{4}$ [2 π] et $(\vec{CD}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{8}$ [2 π].



EXERCICE 17 -RELATIONS MÉTRIQUE DANS LE TRIANGLE

ABC est un triangle avec $BC = 4$, $\hat{B} = \frac{\pi}{4}$ et $\hat{C} = \frac{\pi}{3}$.

1. Démontrer que $\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire de ABC.

EXERCICE 18

Un triangle ABC a pour aire $S = 5 \text{ cm}^2$.

De plus, $c=AB=13 \text{ cm}$ et $b=AC= 2 \text{ cm}$.

Calculer la (ou les) longueur(s) possible(s) du troisième côté $a = BC$.

EXERCICE 19

ABC est un triangle .

On sait que $AB = 7$, $AC= 4$ et $\hat{A} = 60^\circ$.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin \hat{B}$.

EXERCICE 20

Démontrer que deux angles supplémentaires ont le même sinus.

ABCD est un quadrilatère. On suppose que les segments [AC] et [BD] sont à l'intérieur du quadrilatère.

Démontrer que l'aire S du quadrilatère ABCD est donnée par :

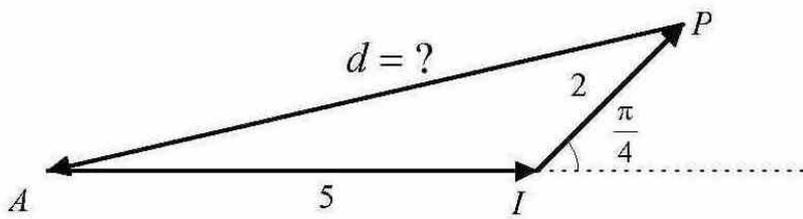
$$S = \frac{1}{2} \times AC \times BD \times \sin \Theta \quad (\Theta \text{ désigne l'angle formé par les diagonales}).$$

EXERCICE 21

Un promeneur marche 5 km en direction de l'est, puis 2 km en direction du nord-est. Surpris par le mauvais temps, il retourne directement vers son point de départ en courant.

Sur quelle distance d a-t-il couru ?

On donnera la valeur exacte puis la valeur approchée à 0,01 km près.



EXERCICE 22

Démontrer la propriété suivante :

ABC est un triangle rectangle en A $\Leftrightarrow \sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$.

