CENTRE DE REPETITION LA CONQUETE
TEL : 690 255 107 // 655 611 916
Département des mathématiques

Année scolaire : **2024/2025**
Classe : **T^le D & F3**
Session : **Septembre**
Durée : **03 heures**
Coefficient : **04**

CONTROLE CONTINU N°1

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : (5 points)

I. On considère le polynôme P de la variable complexe défini par :

$P(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 5 + 20i$, z étant un nombre complexe.

1. Montrer que $4 - i$ est une racine de P. **0,75pt**
2. Déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z, on ait $P(z) = (z - 4 + i)(z^2 + az + b)$. **0,75pt**
3. En déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation $P(z) = 0$. **1pt**

II. On considère le nombre complexe $X = -\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} - i\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$.

1. Vérifier que $X^2 = 4\sqrt{2}(-1 + i)$. **0,5pt**
2. En déduire le module et un argument de X, puis écrire X sous la forme trigonométrique. **1pt**
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{11\pi}{8}$ et $\sin\frac{11\pi}{8}$. **1pt**

EXERCICE 2 : (5,25 points)

I. Soit z un nombre complexe tel que $\forall z \neq -3 + i, z' = \frac{z+2i}{z+3-i}$.

1. a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $3 + 4i$. **0,5pt**
   b) Déterminer les nombres complexes z tel que $z' = z$. **1pt**
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|z'| = 1$. **0,5pt**
3. On pose $z = x + iy$,
   a) Déterminer en fonction de x et y la partie réelle et la imaginaire de z'. **1pt**
   b) En déduire l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que z' soit imaginaire pur. **0,75pt**

II. Linéariser $\cos^4\theta$ et $\sin^6\theta$. **1,5pt**

EXERCICE 3 : (4,75 points)

1. On donne les nombres complexes suivant : $a = -2 + 2i\sqrt{3}$ et $b = 1 + i$.
   a) Mettre a et b sous forme exponentielle. **1,5pt**
   b) Déterminer la forme exponentielle de $z_1 = a \times b$ et $z_2 = \frac{a}{b}$. **1,5pt**
   c) En déduire la forme algébrique de b^{2024}. **1pt**
2. Déterminer les racines cubiques de a. **0,75pt**

EXERCICE 4 : (5 points) *série F3 uniquement*

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n+2}{u_n} \end{cases}$

1. calculer u_1,u_2, u_3 et u_4. **1pt**
2. On pose $v_n = \frac{u_n-2}{u_n+1}$.
   a) Démontrer que v_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme. **1,5pt**
   b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n. **1,5pt**
   c) Déterminer La limite de la suite (u_n). **1pt**

EXERCICE 4 : (5 points) *série D uniquement*

M. Falair possède trois terrains encore non exploitées qu'il voudrait absolument sécuriser car il y a des personnes mal intentionnées qui utilisent les espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer entièrement chacun de ses trois terrains, le rouleau de 5 mètres de fil barbelé fil lui est vendu à 3500 francs CFA. Il devra en plus remettre 3000 francs CFA pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des trois terrains.

Le terrain 1 est formé de l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz - 1 - 3i| = 8$.

Le terrain 2 est de forme rectangle et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution z de l'équation $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 4 - 8i$, $\bar{z}$ étant le conjugué de z.

Le terrain 3 quant à lui est formé de l'ensemble des points $M(x\,;y)$ d'affixe z du plan tels que le complexe $\frac{z}{z+2i}$ soit imaginaire pur.

On prendra une unité égale à 10 mètre.

<u>Tâches :</u>

1. Evaluer la dépense de M. Falair pour le terrain 1. **1,5pt**
2. Evaluer la dépense de M. Falair pour le terrain 2. **1,5pt**
3. Evaluer la dépense de M. Falair pour le terrain 3. **1,5pt**