COLLEGE PRIVE MONGO BETI		B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé			
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2024-2025	N°02	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1: 4 points

I- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

(E) : $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$

1-a) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 0,5pt

b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que

$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z - z_0)(z^2 + az + b)$ 0,5pt

c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$ 0,5pt

2- On donnes les points A, B et C d'affixe respectives $z_A = i$, $z_B = 2 - 3i$ et $z_C = 2 + 3i$

Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme 0,5pt

II- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ Les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 - i$

a) Déterminer le module et un argument de z_1 et z_2 1pt

b) Ecrire sous forme algébrique et trigonométrique le nombre complexe $\frac{z_1}{z_2}$ 0,5pt

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$ 0,5pt

Exercice 2: 5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

a) Dresser le tableau de variation de g 0,5pt

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ telle que $\alpha \in [2; 3]$ 0,25pt

c) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ 0,5pt

2- a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition 1pt

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (Cf), puis étudier la position relative de (Cf) par rapport à (D) 0,5pt

c) Montrer que $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$ 0,5pt

d) Dresser le tableau de variation de f 0,75pt

3- Montrer que la restriction h de f sur $I =]-\infty; -1[$ est une bijection de I vers un intervalle J à préciser. 0,25pt

4- Construire les courbes (Cf) et (Ch^{-1}) dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, prendre $\alpha = 2,5$ 0,75pt

Exercice 3: 3 points

1- Soit f la fonction définie sur $D =]1; 2]$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]1; 2]$ 1pt

2- On pose $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

a) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$, l'équation $f(x) = 0$ équivaut à $g(x) = x$ 0,5pt

b) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$, $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 1pt

c) Montrer que pour tout $x \in]1; 2]$, $|g(x) - \alpha| \leq |x - \alpha|$ 0,5pt

Exercice 4: 3 points

1-a) Déterminer sur l'intervalle $I =]0 ; +\infty[$ les primitives de la fonction f définie par

$f(x) = 3x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} + 4$ 0,75pt

b) En déduire la primitive G de f vérifiant $G(1) = 0$ 0,25pt

2-a) Déterminer sur l'intervalle $J =]-\infty, 1[$ les primitives de la fonction g définie par

$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{2}{(x-1)^2} + 3$ 0,751pt

b) En déduire la primitive H de g qui prend la valeur -1 en 0 0,25pr

3- Déterminer sur $\mathbb{R}$ la primitive de la fonction t définie par $t(x) = \cos 2x + \sin 2x$ qui prend la valeur 0 en $\frac{\pi}{2}$

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 POINTS.

Situation :

Mr. EBANGA se rend chaque jour dans son jardin en empruntant une route vérifiant l'équation $|z + 2 - i| = |z - 1 + i|$ où z est un nombre complexe. Il aimerait connaitre l'équation cartésienne de cette route.

Mme BILOA a une plantation dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $|z - 4i| = 7$ où $z = x + iy$. Elle souhaite la clôturer avec du fil dont le mètre coûte 350fcfa et elle a prévu faire deux rangées de fil. Sachant qu'elle dispose d'une somme de 30000fcfa.

Mr MOUSSA quant à lui possède un terrain situé au quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan distinct du point $A(0; 1)$ tels que $\frac{2z-4}{z-i}$ soit imaginaire pur, où $z = x + iy$. Il souhaite l'hypothéquer avec une voiture dont la valeur est estimée à 1170000fcfa. Sachant que son terrain a une valeur de 15000fcfa le mètre carré.

L'unité de mesure est le mètre, on prendra $\pi = 3,14$.

Tâches :

1) Quelle est l'équation cartésienne de la route qu'emprunte Mr. EBANGA chaque jour ? 1,5pt

2) L'argent de Mme BILOA sera-t-il suffisant pour protéger sa plantation ? 1,5pt

3) Mr MOUSSA réussira-t-il à être propriétaire de ce véhicule ? 1,5pt

Présentation 0,5pt