

MINESEC/DRES LITTORAL	ANNEE SCOLAIRE :2024/2025
LYCEE BILINGUE DE GRAND SOUZA	Classe :Tle D Coef:4 Durée :3h
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	Evaluation n°1

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 14 points

Exercice 1 : 2,5 points

Soit le polynôme P dans \mathbb{C} qui est donné par : $P(z) = 9z^4 - 24z^3 + 50z^2 - 24z + 41$.

1. Montrer que si z_0 est une racine de P alors \bar{z}_0 est aussi une racine de P . 0,5 pt
2. Vérifier que i est une racine de P et en déduire l'autre racine de P . 0,5 pt
3. Déterminer $(a; b) \in \mathbb{C}^2$ tels que : $P(z) = (z^2 + 1)(9z^2 + az + b)$. 0,5 pt
4. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. 1pt

Exercice 2 : 7,5 points

I – Soit $z = -\sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}} \in \mathbb{C}$.

1. Écrire z^2 sous forme algébrique. 0,5 pt
2. Écrire z^2 sous forme trigonométrique et z sous forme exponentielle. 1 pt
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{8}$ et de $\sin \frac{\pi}{8}$. 1 pt

II – a) Linéariser $\sin^5 x$

b) Exprimer $\cos 5x$ et $\sin 5x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

III – Soit l'équation (e) : $z^4 + (4 - i)z^3 + (5 + 8i)z^2 + (32 + 33i)z + 78 = 0$ dans \mathbb{C} .

1. Montrer que -3 est une solution de (e) . 0,25 pt
2. Montrer que (e) admet une solution imaginaire pure z_1 à déterminer. 0,5 pt
3. Déterminer $(b; c) \in \mathbb{C}^2$ tels que :

$$z^4 + (4 - i)z^3 + (5 + 8i)z^2 + (32 + 33i)z + 78 = (z^2 + (3 - 2i)z - 6i)(z^2 + bz + c)$$
 0,5 pt
4. Résoudre (e) . 1 pt

IV – Le plan complexe étant rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B et C d'affixes respectives $1 - 2i, 4 + i$ et $-2 + 7i$.

Déterminer la nature du triangle ABC et l'affixe du point K , centre du cercle circonscrit à ABC .

1 pt

Exercice 3 : 4 points

Calculer les limites suivantes :

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(3x)}$;
- b) c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{6})}{6x - \pi}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)$;
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$;

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 6 points

M. NJIPGUEP possède trois terrains dont il veut absolument clôturer car il lui est rapporté que des personnes mal intentionnées utilisent ces espaces non occupés à des mauvaises fins.

M. NJIPGUEP décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer ses trois terrains. Le rouleau de 5mètres de fil barbelé est vendu à 3500 FCFA.

- **Le premier terrain** est décrit par l'ensemble $M(z)$ du plan complexe vérifiant :
 $|2iz - 1 - 3i| = 10$.
- **Le second terrain** qui est délimité par les points dont leurs affixes sont les solutions dans \mathbb{C} de l'équation : $z^4 + 4 = 0$
- **Le troisième terrain** est décrit par l'ensemble $M(z)$ du plan complexe tel que $Re \left(\frac{z+2-i}{z-i} \right) = 0$
 $(z \neq i)$

NB : L'unité de longueur est de 10 mètres.

1. Quel est le montant à dépenser pas M. NJIPGUEP pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le premier terrain ? 2pts
2. Quel est le montant à dépenser pas M. NJIPGUEP pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le deuxième terrain ? 2pts
3. Quel est le montant à dépenser pas M. NJIPGUEP pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le troisième terrain ? 2pts

Examinateur : M. TCHATCHOUANG NJIPGUEP D