COLLEGE PRIVÉ LAÏC
« LE PENTAGONE »
BP :17353 DOUALA
Tél : 676 484 193 / 699 52 12 40
Aut : 174/15/MINESEC/SG/DESG
du 20/07/2015

Evaluation : MI-TRIMESTRE 1
ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025
Classe : Tle D
Coeff : 4
Durée : 4 Heures
Epreuve : Mathématiques

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES — 15 points

EXERCICE 1 : 5points

L'exercice comporte cinq questions indépendantes. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées, une seule est exacte, la choisir et écrire la lettre correspondante sur votre feuille de composition. (Exemple : 6-E) **1ptx5**

		a	b	c	d
1	$z=\frac{2+4i}{2-i}$	$\lvert z\rvert=1$	$z=\bar{z}$	z est un imaginaire pur	$z=\frac{2}{3}i$
2	Soit $z\in\mathbb{C}$ tels que $(z+i)\left(1+i\sqrt{3}\right)=1+i$. Alors le module de $z+i$ est :	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{z^2+1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
3	z est tel que $\bar{z}+\lvert z\rvert=6+2i$; l'écriture algébrique de z est :	$\frac{8}{3}-2i$	$-\frac{8}{3}-2i$	$\frac{8}{3}+2i$	$-\frac{8}{3}+2i$
4	Soit $z\in\mathbb{C}$ tels que $\lvert 1+iz\rvert=\lvert 1-iz\rvert$. Alors :	z est un imaginaire pur	z est un nombre réel	$\lvert z\rvert=1$	$\frac{1+iz}{1-iz}=1$
5	Soit la fonction f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$. Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f a au voisinage de $-\infty$ une asymptote d'équation :	$y=-x+1$	$y=x+1$	$y=x-1$	$y=-x$

EXERCICE 2 : 5points

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.
2) Vérifier que pour tout réel x on a : $g'(x)=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **0,5pt**
3) Étudier les variations de g et en déduire que pour tout réel x on a : $g(x)>0$. **0,75pt**
4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x-1+\sqrt{x^2+1}$ et (C)sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.
   a) Montrer que la droite (Δ): $y=2x-1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$. **0,5pt**
   b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) en O et étudier la position de (T) par rapport à (C). **0,75pt**
   c) Tracer (C), (T) et (Δ) dans le repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. **1,5pt**
5) a) Justifier que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera. **0,5pt**
   b) Calculer $(f^{-1})'\left(\sqrt{2}\right)$ où f^{-1} est la fonction réciproque de$f$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : 5points

A) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x-sinx$.
1) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

2) Montrer que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que : $2{,}2 < \alpha < 2{,}4$. **0,5pt**

3) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2 + \frac{1}{2}sinx$.

a) Montrer que $g(\alpha) = \alpha$. **0,5pt**

b) Montrer que pour tout réel x on a : $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. **0,5pt**

c) En déduire que pour tout réel x on a : $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. **0,5pt**

B) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^3 - (6 + 3i)Z^2 + (9 + 12i)Z - 9(2 + 3i) = 0$.

1) Vérifier que $Z_0 = 3i$ est solution de (E) **0,5pt**

2) Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $(Z - 3i)[(Z - 3)^2 - 6i] = 0$. **0,5pt**

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $U^2 = 6i$ et en deduire les autres solutions Z_1et Z_2 de (E). **2pts**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 5points

SITUATION

A l'occasion de la remise des bulletins de la première séquence aux parents d'élèves dans votre établissement, et suite aux intempéries de la journée, le comité d'organisation décide de faire entrer les véhicules dans le parking. A 8h00, le technicien de surface s'occupant de diriger l'entrée à l'établissement constate qu'il y a 30 véhicules dans la file d'attente et qu'il lui faut 30s pour réussir à faire entrer un véhicule. D'autre part, après 40s, un véhicule s'ajoute dans la file d'attente. Le chef établissent souhaite qu'à 9h00 le portail soit fermé car il estime qu'il n'y aura plus de véhicule en attente.

Par ailleurs, le professeur titulaire de votre classe souhaite primer les trois premiers de la classe avec des stylos bleus et des stylos rouges. Le troisième aura uniquement des stylos bleus et le premier aura plus de stylos bleus que le deuxième. Il a caché la prime des trois premiers dans les solutions de l'équation complexe $z^3 - (10 + 3i)z^2 + (31 + 19i)z - 30 - 30i = 0$ où la partie réelle représente le nombre de stylos bleus et la partie imaginaire le nombre de stylos rouges.

Pour la remise des bulletins, seul il faut 30min au professeur titulaire remettre et il faut 40min au parent délégué pour faire le même travail. Et le professeur titulaire estime qu'avec 18min ils pourront remettre les bulletins aux parents.

<u>**Tâches**</u>

1) L'estimation du professeur titulaire est-elle fondée ? **1,5pt**

2) L'estimation du chef établissent est-elle justifiée ? **1,5pt**

3) Donner le nombre de stylos de chaque couleur que recevra chaque bénéficiaire de la part du professeur titulaire. **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**