

**ÉVALUATION TRIMESTRIELLE N°1**

EPREUVE	CLASSE	COEF.	DURÉE	DATE	HORAIRE
MATHÉMATIQUES	P ^{ère} SM	6	3H	26/11/2024	8H – 11H

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)**EXERCICE 1 : (3 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. On donne les points $A(3 ; 3)$; $B(-1 ; -1)$ et $C(7 ; -2\sqrt{3} - 1)$. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC .

- Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) puis en déduire les coordonnées de son centre Ω et son rayon r . **1,5pt**
- On considère dans le plan, les droites (D_m) d'équation $3x - 4y + m = 0$ où m est un nombre réel.
 - Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (D_m) est tangente à (C) . **0,75pt**
 - Étudier suivant les valeurs du réel m , le nombre de points de rencontre entre (C) et (D_m) . **0,75pt**

EXERCICE 2 : (4,5 points)

Dans le plan orienté, ABC est un triangle tels que : $AB = AC = 5a$ et $BC = 6a$; a étant un nombre réel positif non nul. On appelle : A' le milieu de $[BC]$ et G le barycentre du système $\{(A, 2) ; (B, 3) ; (C, 3)\}$.

- Faire une figure claire que l'on complètera au fur et à mesure puis placer le point G et exprimer en fonction de a chacune des distances GA , GB et GC . **1,25pt**
- Exprimer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|$ en fonction de a . **0,75pt**
 - Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Σ) des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 3\|-\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$. **0,5pt**
 - Vérifier que le point A' appartient à l'ensemble (Σ) puis construire (Σ) . **0,5pt**
- Pour tout point M du plan, on pose : $\psi(M) = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $\psi(M) = \psi(A)$.
 - Démontrer que $\psi(M) = 4MG^2 + \psi(G)$. **0,5pt**
 - Exprimer $\psi(G)$ en fonction de a . **0,5pt**
 - Déterminer et construire l'ensemble (Γ) . **0,5pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

À la fin du 1^{er} trimestre dans une classe de première Sciences Mathématiques, les notes en Mathématiques sur 20 arrondies à l'entier directement inférieur de 50 élèves de cette classe sont données dans le tableau suivant :

Intervalle de notes	[0 ; 6[[6 ; 10[[10 ; 16[[16 ; 20[
Nombre d'élèves		10		
Fréquences (en%)	28			
Fréquences cumulées croissantes (en%)			78	

- Recopier et compléter le tableau ci – dessus. **1pt**
- Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes. **0,75pt**
 - Déduire graphiquement la médiane de cette série. **0,25pt**
 - Retrouver par calcul la valeur de la médiane par interpolation linéaire. **0,5pt**
- Calculer la moyenne \bar{X} , la variance V et l'écart type σ dans cette série. **0,75pt**

4. Déterminer le pourcentage des élèves ayant en Mathématiques une note comprise dans l'intervalle $[\bar{X} - \sigma ; \bar{X} + \sigma]$. **0,75pt**

EXERCICE 4 : (3,5 points)

1. Dans cette question, on veut déterminer les valeurs de : $A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{13\pi}{9}$; $B = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$ et $C = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9}$. On pose alors : $m = \cos \frac{\pi}{9}$; $n = \cos \frac{7\pi}{9}$ et $p = \cos \frac{13\pi}{9}$.

- a) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'équation : $2 \cos 3x - 1 = 0$. **0,75pt**
b) Montrer que $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$. **0,5pt**
c) En déduire que m , n et p sont solutions de l'équation : $8X^3 - 6X - 1 = 0$. **0,75pt**
d) Développer et ordonner $(X - m)(X - n)(X - p)$ et en déduire les valeurs exactes de A , B et C . **1pt**

2. Démontrer que $\frac{2 + \sin 2x - 2 \cos 2x}{1 + 3 \sin^2 x - \cos 2x} = \frac{2}{5} \left(2 + \frac{1}{\tan x} \right)$. **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation :

Une multinationale a acheté une parcelle de terrain pour y construire des aires de jeux à caractère commercial. Cette parcelle est délimitée par les points images sur le cercle trigonométrique où 1 cm correspond à 60 m, des solutions dans $[0 ; 2\pi]$ de l'équation : $4 \cos^4 x - 5 \cos^2 x + 1 = 0$. Pour éviter que cette parcelle de terrain ne soit submergée de boue, cette multinationale aimerait recouvrir toute la parcelle d'un dallage réalisé à l'aide du béton et elle ne dispose que de 52 000 000 FCFA. Le sable utilisé est vendu à 200 FCFA le seau de 15 litres et un seau de sable peut couvrir un espace de $0,5 m^2$. Un sac de ciment **DANGOTE** coûtant 4 450 FCFA, peut recouvrir $3 m^2$ de surface.

Cette multinationale dispose d'un parc automobile auquel l'on s'intéresse à la présence sur les véhicules des trois dispositifs de sécurité suivants : ABS ; Airbags ; Correcteur de trajectoire. On sait que parmi les véhicules de ce parc : 7 ne sont munis d'aucun de ces dispositifs, alors que 18 véhicules sont munis des trois dispositifs ; tous les véhicules munis d'un correcteur de trajectoire sont munis aussi d'au moins un autre dispositif de sécurité ; 305 véhicules disposent de deux dispositifs de sécurité au moins ; 298 véhicules disposent de l'ABS, 428 véhicules disposent d'Airbags et 122 véhicules disposent des deux. Enfin 87 véhicules disposent de l'ABS et d'un Correcteur de trajectoire.

En visite dans ce parc, le PDG de cette multinationale a eu un accident sur le chemin de retour. Conduit immédiatement dans le centre médical le plus proche, le médecin après consultation constate que cet accident a laissé quelques blessures sur le PDG et demande à KASSIM élève médecin en stage dans ce centre médical, de préparer un désinfectant pour blessures moins graves à partir d'un mélange d'eau et d'alcool (éthanol à 70°) et dans les proportions 16/9 en utilisant le procédé suivant : « prélever $x mL$ d'eau d'un récipient qui en contient 250 mL d'eau que l'on remplace par $x mL$ d'alcool. Du mélange obtenu, prélever $x mL$ que l'on remplace par $x mL$ d'alcool ». KASSIM ne parvient pas à obtenir un tel mélange.

Tâches :

1. La multinationale pourra-t-elle réaliser le dallage sur cette parcelle de terrain ? **1,5pt**
2. Quel est le nombre total de véhicules du parc automobile ? **1,5pt**
3. Aider KASSIM à déterminer x et la quantité d'eau prélevée la deuxième fois. **1,5pt**

Présentation :

0,5pt