

Ministère des enseignements secondaire
Paix-travail-patrie

COLLEGE BILINGUE
SAINT LAURENT

Département de Mathématiques
Vous souhaitez une bonne chance



Mathématiques

REPUBLIQUE DU
CAMEROUN

Paix-Travail-Patrie
Année Académique :
2023/2024

Classe : TleC
Coef 7
Durée : 4heures

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES /14,5pts

Exercice 1 : 3,5pt

On rappelle que $\forall x \in \mathbb{R}, x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$

1. Donner l'écriture en base 10 du nombre $10^n - 1$ et celui en base 2 du nombre $2^n - 1$. 0.75pt
2. Déterminer les a, b et c tel que $\frac{11216}{16^3} = a + \frac{b}{16} + \frac{c}{16^2}$, puis déduire l'écriture de 11216 en base 16 0.75pt
3. Déterminer tous les nombres entiers naturels N tel que $N = \overline{x43y}$ écrit en base 10 soit divisible par 2 et 9 0.75pt
4. a. $\forall n \in \mathbb{N}$ Calculer C_{n+3}^4 , puis déduire que $n(n+1)(n+2)(n+3)$ est multiple de 24. 0.5pt
5. Déterminer tous les entiers n tel que $\frac{2n+11}{n+1}$ soit un entier relatif. 0.5 pt
6. Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation : $x^2 - 6x + 54 = y^2$. 0.75 pt

Exercice 2 5,75pts

- 1) Résoudre \mathbb{Z} l'équation $x^2 + 5x - 1 \equiv 0 [7]$ 0.75 pt
- 2) Vérifier si 503 est un nombre premier
- 3) La division de 900 par un entier naturel b a pour quotient 14 et pour reste r. quelles sont valeur de b et r. 1pt
- 4) Démontrer en utilisant les congruences que $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est multiple de 7. 0.75 pt
- 5) Déterminer le chiffre des unités de 7^{1999} . 1 pt
- 6) Soit x, y et z trois entiers naturels tels que l'écriture en base x de y soit $\overline{1000}$ et celle de x en base z soit $\overline{50}$
 - 5.1) montrer que l'on peut, sans connaître exprimer y^2 et yz dans le système décimal. 0.75pt
 - 5.2) déterminer x pour que $yz = 6480$ dans le système décimal. 0.75pt
 - 5.3) écrire alors $y^2 + yz$ et z^4 en base x, puis comparer y^2 et z^4 . 0.75 Pt

Exercice 3 5,25pts

On considère les fonctions g et f définies par $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$ et $f(x) = \frac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}$

- 1) Montre que si l'équation $g(x) = 0$ admet une solution rationnelle $\frac{p}{q}$, où p et q sont premiers entre eux alors p divise 8 et q divise 4, puis donner tous les rationnelles vérifiant cette condition. 0.75pt
- 2) Etudie les variations de g et dresser son tableau de variation. 1pt

- 3) 1. Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} 0.5pt
 2. Justifier que $1 < \alpha < 2$, Puis en déduire un encadrement de α à 10^{-2} près. 0.5pt
 3. démine le signe de $g(x)$ suivant les valeurs dex. 0,5pt
- 1) 1. Montre que $x \in D_f, f'(x) = \frac{x g(x)}{(4x^2-1)^2}$ 0.75pt
 2. déduire le tableau de variation de f 0,5pt
- 2) 1. Montre que $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$ 0.75pt
 2. Déduire-en une valeur approcher de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près 0,5pt

PARTIE : EVALUATION DES COMPETENCE /5.5pts

M. Fongkouo possède un dispositif de sécurité de forme rectangulaire dont les dimensions en décimètre Sont les entiers naturels n et m tels que n soit le reste dans la division Euclidienne de 7^{2002} par 9 et m l'enter naturel tel que le nombre $10^m \times 5^m$ possède exactement 66 diviseurs positifs. . . . Ce dispositif lui permet d'envoyer dans l'espace des signaux électrique dont la fréquence $f(t)$ en Hz est donner par $f(t) = t^3 - t - 1$ avec t la durée en seconde. Les signaux émissent dans l'espace sont en effet des messages codé celons le principe suivant : à chaque lettre de l'alphabet on associe un entier comme l'indique le tableau ci-dessous

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Et le système de codage fonction comme suite :

- A chaque lettre de l'alphabet on associe l'entier m correspondant.
- On associe en suite a m l'entier p qui est le reste de la division Euclidienne de $9n+5$ par 26
- On associe à p la lettre correspondante

Tache :

- 1) Déterminer les dimensions du dispositif de M Fongkouo. 1,5pt
- 2) Détermine s'il existe une date t pour Le laquelle dispositif émet une fréquence De 23Hz. 1,5pt
- 3) Quel est le message coder envoyer par le dispositif lorsqu'il envoi le mot Merci. 1,5pt