MINESEC/DRES LITTORAL	**ANNEE SCOLAIRE :2024/2025**
LYCEE BILINGUE DE GRAND SOUZA	**Classe :Tle C Coef:7 Durée :4h**
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	**Evaluation n°1**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : *15 points*

Exercice 1 : *3 points*

1. Soit $a; b$ deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 2 . 0,5 pt
   Déterminer le plus petit entier naturel N qui s'écrit $\overline{300}^{a}$ et $\overline{33}^{b}$.
2. Soit n un entier naturel non nul.
   a) Donner la liste des diviseurs de 7^n. 0,25 pt
   b) Calculer la somme S_n des diviseurs de 7^n et montrer que $6S_n + 1 = 7^{n+1}$ 0,75 pt
   c) Déterminer suivant les valeurs de n le chiffre des unités de 7^n. 0,5pt
   d) Déterminer suivant les valeurs de n le chiffre des unités de S_n. 1pt

Exercice 2 : *4,5 points*

Dans cet exercice, on s'intéresse aux triplets d'entiers naturels non nuls $(x; y; z)$ tels que $x^2 + y^2 = z^2$. Ces triplets seront nommés « **Triplets pythagoriciens** » en référence aux triangles rectangles dont ils mesurent les côtés. On note en abrégé « **TP** ».

I. Généralisation

1. Démontrer que si $(x; y; z)$ est un TP et si p est un entier naturel non nul, alors $(px; py; pz)$ est aussi un TP. 0,25 pt
2. Démontrer que si $(x; y; z)$ est un TP alors les entiers naturels $x; y; z$ ne peuvent pas être tous impairs. 0,5 pt
3. Pour cette question, on admet que tout nombre entier naturel n peut s'écrire de façon unique sous la forme : $n = 2^\alpha \times k$ avec α un entier naturel et k est un entier impair .Cette écriture de n est nommée décomposition de n.
   a) Donner la décomposition de l'entier 192. 0,25 pt
   b) Soient $x \; et \; z$ deux entiers naturels non nuls dont les décompositions sont : $x = 2^\alpha \times k$ et $z = 2^\beta \times m$. Ecrire la décomposition de $2x^2 \; et \; z^2$. 0,5 pt
   c) Montrer qu'il n'existe pas de couple d'entiers naturels non nuls $(x; z)$ tel que $2x^2 = z^2$. 0,5pt

II. Recherche d'un TP contenant l'entier 2015.

1. Décomposer 2015 en produit de facteurs premiers et déduire un TP de la forme $(x; y; 2015)$ 0,75 pt
2. Monter que pour tout entier naturel n, on a :$(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$.Déduire un TP de la forme $(2015; y; z)$. 1 pt
3. En remarquant que $403^2 = 169 \times 961$, déterminer un couple d'entiers naturels non nuls $(x; z)$ tels que : $z^2 - x^2 = 403^2$. Déduire un TP de la forme $(x; 2015; z)$. 0,75 pt

Exercice 3 : *7,5 points*

I – Soit $z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}} \in \mathbb{C}$.

1. Écrire z^2 sous forme algébrique. 0,5 pt
2. Écrire z^2 sous forme trigonométrique et z sous forme exponentielle. 1 pt
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et de $\sin\frac{\pi}{8}$. 1 pt

II – Linéariser $\sin^5 x$ et exprimer $\cos 5x$ en fonction de $\cos x$. 1,5 pts

III – Soit l'équation $(e): z^4 + (4-i)z^3 + (5+8i)z^2 + (32+33i)z + 78 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

1. Montrer que -3 est une solution de (e). 0,25 pt
2. Montrer que (e) admet une solution imaginaire pure z_1 à déterminer. 0,75 pt
3. Déterminer $(b; c) \in \mathbb{C}^2$ tels que
4. $z^4 + (4-i)z^3 + (5+8i)z^2 + (32+33i)z + 78 = (z^2 + (3-2i)z - 6i)(z^2 + bz + c)$. 0,5 pt
5. Résoudre (e). 1 pt

IV – Le plan complexe étant rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $1 - 2i, 4 + i$ et $-2 + 7i$.

Déterminer la nature du triangle ABC et l'affixe du point K, centre du cercle circonscrit à ABC. 1 pt

<u>PARTIE B :</u> <u>EVALUATION DES COMPETENCES</u> *5 points*

La base militaire de Batoufam a défini son procédé de codage des données de la façon suivante :

Etape 1 : A la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre n correspondant dans le tableau ci-dessous.

Etape 2 : on calcule le reste r de la division euclidienne de $9n + 5$ par 26.

Etape 3 : Au nombre r, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Cette base militaire est composée de régiments et chaque régiment a un nombre identique de soldats. Lorsque 11 régiments se retrouvent pour le repas, il y'a 7 salles occupées et 5 soldats qui n'ont pas de place.

Un des soldats content de la réussite au baccalauréat C de son fils EMRYS lui a promis comme cadeau un voyage pour Douala pour vivre la rencontre d'un match de football. Une fois à l'agence, le caissier leur dit :

« le prix d'un billet de voyage pour Douala est le nombre xyz en base 10 avec x qui est solution de l'équation $x + y + z = 50$; ($y = \overline{131}^x$ et $z = \overline{101}^x$; $x > 3$) ».

1. Aider le commandant de cette base militaire à coder le mot « SOLDAT » 1,5 pts
2. Quel est le nombre maximal de soldats par régiment sachant qu'un régiment a moins de 300 soldats ? 1,5 pts
3. Aide le père de EMRYS à trouver le montant qu'ils doivent débourser à l'agence de Batoufam pour se rendre à Douala. 2pts