

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN MINESEC DRES LITTORAL / DDES WOURI COLLEGE PRIVE LAIC BILINGUE MEUKOUONTCHOU		EVALUATION DE TRIMESTRIELLE N° 1		ANNEE SCOLAIRE 2024 – 2025
		DEPARTEMENT DE : MATHEMATIQUES		
		EPREUVE DE : MATHEMATIQUES		
		CLASSE: 1 ^{re} C	COEF: 7	DUREE : 4 H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 points

EXERCICE 1 : 03.75 points

A- Questions de cours

- (1) Énoncer et démontrer le critère de divisibilité par 11 dans le système décimal. **0.75 pt**
- (2) Énoncer l'identité de Bezout. **0.25 pt**
- (3) Énoncer le théorème de Gauss. **0.25 pt**
- (4) Rappeler le théorème des valeurs intermédiaires pour une fonction d'une variable réelle et continue. **0.25 pt**
- (5) Donner l'un des énoncés de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction numérique d'une variable réelle et dérivable. **0.25 pt**

B- On considère le tableau statistique suivant où $\bar{x} = 75$ et $cov(x, y) = 20$.

- (1) Déterminer x_1 et x_4 . **0.75 pt**
- (2) Déterminer le coefficient de corrélation r et apprécier – le. **0.75 pt**
- (3) Déterminer une équation de la droite de régression de x en y . **0.5 pt**

x_i	x_1	60	70	x_4	90	100
y_i	9	8	8	6	5	4

EXERCICE 2 : 06.5 points

A. Soit E un espace vectoriel de dimension 3 et de base $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. f et g sont les endomorphismes de E tels que $f \circ g(\vec{i}) = 4\vec{i} + 4\vec{j}$; $f \circ g(\vec{j}) = 4\vec{i} - 4\vec{j}$ et $f \circ g(\vec{k}) = \vec{0}_E$ où $\vec{0}_E$ est le vecteur nul de E . On donne : $g(\vec{i}) = \vec{i} + \vec{j}$; $g(\vec{j}) = \vec{i} - \vec{j}$ et $g(\vec{k}) = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

- (1) a) Montrer que g est un automorphisme. **0.5 pt**
b) Déterminer l'expression analytique de h , bijection réciproque de g . **0.5 pt**
c) En déduire N , la matrice de h , relativement à la base $\mathcal{B}$. **0.5 pt**
- (2) a) Montrer que $f(\vec{i}) = 4\vec{i}$, $f(\vec{j}) = 4\vec{j}$ et $f(\vec{k}) = -4\vec{i} + 4\vec{j}$. **0.75 pt**
b) Montrer que $f \circ f = 4f$. **0.5 pt**

B. n est un entier naturel non nul tel que $SD(n) = 2n$ avec $SD(n)$ la somme des diviseurs positifs de n .

- (1) Justifier que n a au moins deux diviseurs positifs. **0.25 pt**

Dans la suite, on suppose que $n = p^m q$ avec m un entier naturel non nul, p et q sont des entiers naturels premiers.

- (2) Vérifier que $SD(n) = (\sum_{k=0}^m p^k) + (\sum_{k=0}^m p^k)q$, et montrer que $q = \frac{p^m + \sum_{k=0}^{m-1} p^k}{p^m - \sum_{k=0}^{m-1} p^k} = \frac{p^{m+1} - 1}{p^{m+1} - 2p^{m+1}}$. **1 pt**
- (3) On pose $A = p^m - \sum_{k=0}^{m-1} p^k$ et $B = p^{m+1} - 2p^m + 1$.
a- Montrer que $B = (p - 1)A$ et montrer que B divise $2p^m - 2$. **0.5 pt**
b- Montrer que A divise 2, puis en déduire que $p = 2$ ou $p = 3$. **0.5 pt**
- (4) On suppose que $p = 2$. Montrer que $q = 2^{m+1} - 1$ et en déduire que $m + 1$ est premier. **0.5 pt**
- (5) On suppose que $p = 3$.
a- Etablir que $q = \frac{3^{m+1} - 1}{3^{m+1}}$ et en déduire que $3^{m+1} + 1$ divise 4. **0.5 pt**
b- Déterminer alors m puis q . **0.5 pt**

EXERCICE 3 04.75 points

A) On considère la fonction g définie et dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ avec $g(x) = \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$.

- (1) Montrer que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, on a $g'(x) = \frac{1}{1-\sin x}$. 0.5 pt
- (2) En déduire que g est une bijection de $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, vers un intervalle J à déterminer. 0.5 pt
- (3) Montrer que la fonction g est 2π – *périodique*. 0.25 pt
- (4) Dresser le tableau de variations de g et dresser sa courbe sur $]-\pi; \pi[$. 0.75 pt
- (5) Montrer que g^{-1} est dérivable sur J et que pour tout $x \in J$, on a : $(g^{-1})'(x) = \frac{2}{x^2+1}$. 0.5 pt
- (6) Pour tout $x \in J$, on pose $h(x) = g^{-1}(x) + g^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$.
- a- Montrer que h est dérivable sur J et montrer que h est une fonction constante. 0.5 pt
- b- En déduire que Pour tout $x \in J$, $g^{-1}(x) = -g^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$. 0.25 pt

B) Soit $A = \sqrt[3]{28 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{5290}{3}}} + \sqrt[3]{28 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{5290}{3}}}$. On se propose de montrer que A est un entier naturel.

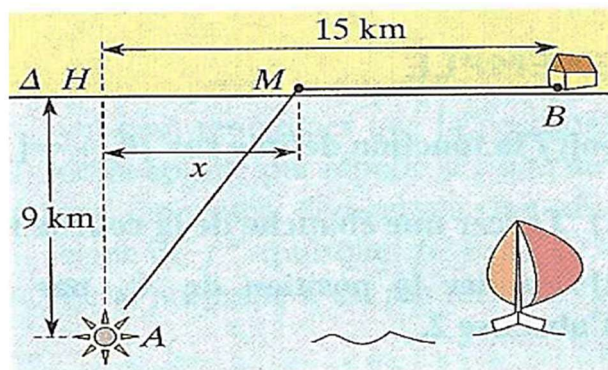
- (1) Montrer que $A^3 = 56 + 2A$. 0.5pt
- (2) On pose $f(x) = x^3 - 2x - 56$. Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$. 0.5 pt
- (3) Calculer $f(4)$ et en déduire la valeur exacte de A . 0.5 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04.5 points

ALAIN, effectue un stage professionnel dans une entreprise en Europe qui produit trois types d'huiles pour moteurs. L'huile de type A est prête toutes les 1h15min, l'huile de type B est prête toutes les 25min, et l'huile de type C est prête toutes les 45min. Le premier jour de son stage, les trois huiles sont prêtes à 08h00 et il veut savoir à quelle heure exacte de la journée les trois huiles seront prêtes à la fois juste avant la fermeture de l'entreprise à 18h00. William, un autre stagiaire lui dit que les huiles seront prêtes à 17h36min.

Après la fermeture, il se rend à un spectacle où il y a un passionné des mathématiques nommé ALAIN. ALAIN demande aux spectateurs d'effectuer le programme suivant : « prenez le nombre représentant le jour de votre naissance et multipliez le par 12, puis prenez le nombre représentant le mois de votre naissance et multipliez le par 37. Ajoutez les deux nombres obtenus. Je pourrai alors vous donner votre date d'anniversaire (jour et mois) ». ANGEL annonce 308 et quelques secondes après, ALAIN déclare : « votre anniversaire tombe le 1^{er} Août ».

ANGEL habite la ville de DUBLIN en bordure d'un fleuve. Il a une chaloupe qui lui permet de se déplacer sur le fleuve pour faire du tourisme. Pour des raisons obscures, le moteur de sa chaloupe présente des défaillances et ANGEL (au point A) décide de rejoindre le plus rapidement la maison côtière (au point B). Il se déplace sur le fleuve avec sa chaloupe à la vitesse de 4Km/h, puis à pied à la vitesse de 5Km/h. La côte est rectiligne et la dérive due au courant de l'eau est nulle. Les dimensions utiles sont sur le dessin ci – contre.



Tâches :

- (1) William a – t – il raison quant à l'heure où seront prêtes les trois huiles ? 1.5 pt
- (2) Alain a – t – il raison en ce qui concerne la date d'anniversaire d'ANGEL ? 1.5 pt
- (3) Où doit accoster ANGEL pour que le temps mis soit minimal ? 1.5 pt

Présentation : 0.5 point