


<b>GROUPE DE SOUTIEN ACADEMIQUE « LE SUIVI »</b>  Situé : « VICTOIRE DE LA RETRAITE »		<b>REPUBLIQUE DU CAMEROUN</b>  Paix-Travail-Patrie  Année Académique : 2024-2025 <b>COURS VACANCES TEST N°2</b>
<b>Département de Mathématiques</b> <i>Vous souhaite une bonne chance</i>  Par : THIERRY FONGKOUO NDEFRE	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"><b>MATHEMATIQUES</b></div>	<b>Classe : TleC</b> <b>Durée 2h 30</b> <b>Coef : 7</b>

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

**Exercice 1 :** ...../3,5pts

Démontre par récurrence chacune des propositions suivantes :

1)  $\forall n \geq 1, \text{ on a } \sum_1^n k 2^k = (n-1)2^n + 1$  1pt

2)  $\forall n \geq 1, \text{ on a } \sum_1^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$  1pt

3)  $\forall n \in \mathbb{N}$  On pose  $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}}$  et  $U_0 = \cos(\theta)$  montre que  $U_n = \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$  1pt

**Exercice2 :** ...../07pts

On considère les fonctions g et f définies par  $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$  et  $f(x) = \frac{x^3+1}{4x^2-1}$

1) Etudie les variations de g et dresser son tableau de variation. 1,5pt

2) 1. Montre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $\mathbb{R}$  1pt

2. Justifier que  $1 < \alpha < 2$ , Puis en déduire un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près. 1pt

3. détermine le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de x. 0,5pt

3) 1. Montre que  $x \in D_f, f'(x) = \frac{x g(x)}{(4x^2-1)^2}$  1pt

2. déduire le tableau de variation de f 0,5pt

4) 1. Montre que  $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$  1pt

2. Déduire-en une valeur approcher de  $f(\alpha)$  à  $10^{-2}$  près 0,5pt

**Exercice 3 :** ...../05pts

On considère le polynôme à variable complexes P définie par :

$$P(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + (10 - 6i)z - 8 - 16i$$

1) Montre que le polynôme P admet une solution imaginaire pur  $z_0$  qu'on précisera. 1pt

2) Détermine les réels a et b pour que  $P(z) = (z - z_0)(z^2 + az + b)$  1pt

3) a. Détermine les racines carrées du complexe  $u = 24 - 4i$  0,75pt

b. Résoudre  $\mathbb{C} z^2 - (5 - i)z - 8 - 4i = 0$  0,75pt

c. En déduire les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation  $P(z) = 0$  0,75pt

4) A ; B et C sont trois points du plan complexe d'affixes respectifs  $3 + i$  ;  $2i$  et  $2 - 2i$   
Place ces points dans le plan complexe. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5pts

M. Fongkouo possède un dispositif de sécurité dont la forme est donnée par l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z tels que :  $|z + 1 - 3i| = 4$  .

Ce dispositif lui permet d'envoyer dans l'espace un signal électrique dont la fréquence  $f(t)$  en Hz est donnée par  $f(t) = t^3 - t - 1$  avec t la durée en seconde et

Ce dispositif est protégé par un code de quatre chiffres. L'algorithme ci-dessous permet d'obtenir à chaque sortie et dans l'ordre le code

« C ».

Tâches :

- 1) Détermine la nature géométrique et les éléments caractérisés du dispositif de M Fongkouo. 1,5pt
- 2) Détermine s'il existe une date t pour laquelle le dispositif émet une fréquence de 23Hz 1,5pt
- 3) Détermine le code de sécurité de ce dispositif. 1,5pt

Algorithme code securite

Var i, a, b, c, r: entier;

Var z: Chaîne de caractère ;

Début

i on affecter 0;

r on affecter ;

a on affecter 4 ;

b on affecter 3;

Pour l allant de 0 à 3 faire

z on affecter  $a + ib$  ;

r on affecter  $|z|$ ;

c on affecter partie entière de r ;

a on affecter a+1;

b on affecter b+1;

Afficher (c);

Fin pour

Fin