MINESEC	**ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024**
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD	**CLASSE :$1^{ère}$C**
LYCÉE BILINGUE DE NGONG	**DURÉE :7^h30-10^h30**
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	**COEF :6**
Examinateur : $\mathcal{Mr}$. KAKA DAIROU	*Séquence N* 2

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE 16pts

EXERCICE 1 (4pts)

Soit P et Q deux polynômes définie sur **IR** par :$P(s) = s^4 - 4s^2 + s + 1$; $Q(s) = s^4 - 4s^2 - s + 1$ **et** les nombres réels $\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{Y}$ et $\mathcal{W}$ sont tels que **:**

$$\mathcal{U} = \sqrt{2-\sqrt{3-\mathcal{U}}};\quad \mathcal{V} = \sqrt{2+\sqrt{3-\mathcal{V}}};\quad \mathcal{Y} = \sqrt{2-\sqrt{3+\mathcal{Y}}};\quad \mathcal{W} = \sqrt{2+\sqrt{3+\mathcal{W}}}.$$

1- Montrer que $\mathcal{U}$ et $\mathcal{V}$ sont les solutions de **P** et que $\mathcal{Y}$ et $\mathcal{W}$ sont les solutions de Q. *1pt*

2- **a) M**ontrer que pour tout réel s ; $P(s) = Q(-s)$. 1pt

b) Déduire les deux autre racines d**e P** puis donner la forme factoriser de $P(s)$. 0.5pt

4- **D**éduire la valeur exacte de $\Pi = \mathcal{U}\times\mathcal{V}\times\mathcal{Y}\times\mathcal{W}$ **et** ***montrer que*** $\mathcal{U}+\mathcal{V} = \mathcal{Y}+\mathcal{W}$. 1pt

EXERCICE 2(4,5pts)

Pour tout nombre réel ω

1- Montre que $\mathcal{C}os(\omega)\times \mathrm{Sin}(\omega)\times \mathcal{C}os(2\omega)\times \mathcal{C}os(4\omega)\times \mathcal{C}os(8\omega) = \frac{1}{16}Sin(16\omega)$. 0,5pt

2- Déduire que $\mathcal{C}os\left(\frac{\pi}{32}\right)\times \mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{32}\right)\times \mathcal{C}os\left(\frac{\pi}{16}\right)\times \mathcal{C}os\left(\frac{\pi}{8}\right)\times \mathcal{C}os\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{16}$ 0,5pt

3- On donne $\mathrm{K}(\eta) = (\sqrt{2}+1)\,cos^2\left(\frac{3}{2}\eta\right) + (\sqrt{2}-1)\,sin^2\left(\frac{3}{2}\eta\right) + 2\,sin\left(\frac{3}{2}\eta\right)cos\left(\frac{3}{2}\eta\right) - \sqrt{2}$

a- Montrer que $\mathrm{K}(\eta) = \sin(3\eta) + \cos(3\eta)$. *0,75pt*

b- Déduire que $\forall\in \eta$, $\mathrm{K}(\eta) = \sqrt{2}\cos\left(3\eta - \frac{\pi}{4}\right)$. 0,25pt

4- **a-** Résoudre dans$]-\pi\,;\,\pi]$ l'équation (**E**): $\sin(3\eta) + \cos(3\eta) = \frac{\sqrt{6}}{2}$. *1pt*

b- Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. *0,5pt*

c- **C**alculer le périmètre et l'**A**ire du polygone obtenu. *1,5pt*

EXERCICE 3 3pts

On suppose **que** $\psi \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ *En remarquant que* $\frac{\pi}{6} = 2\times\frac{\pi}{12}$ et que $\cos^2(\psi) = \frac{1+\cos(2\psi)}{2}$

1- Démontrer **que** $cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ **et que** $sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. *0,5pt*

2- **ABC** est un triangle isocèle rectangle en **A** tel que $AB = AC = 4cm$. On désigne par :

$$G = bar\left\{\left(A\,,\sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\right);\ \left(B\,,\sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\right);\left(C\,,\sqrt{2}\right)\right\}\quad \text{avec } x\in IR$$

a- Donner la condition d'existence de **G.** *1pt*

3- **O**n suppose que $x = \frac{\pi}{12}$

a- montrer que $\mathrm{G} = bar\{(A\,;\sqrt{2}),(B\,;\,\sqrt{2}),(C\,;\sqrt{2})\}$. *0,5pt*

b- **M**ontrer que $\sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\overrightarrow{MA} + \sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\overrightarrow{MB} + \sqrt{2}\,\overrightarrow{MC} = 3\sqrt{3}\,\overrightarrow{MG}$ *0,5pt*

c- **D**éduire l'ensemble **et C**onstruir**e** (Σ) (Σ)des points **M** du plan tels que

$$\left\|\sqrt{2-\sqrt{3}}\cos(x)\overrightarrow{MA} + \sqrt{2+\sqrt{3}}\sin(x)\overrightarrow{MB} + \sqrt{2}\,\overrightarrow{MC} = 3\sqrt{3}\,\overrightarrow{MG}\right\| = \|3\overrightarrow{AC}\|.$$ *1pt*

EXERCICE 4 (4,25pts)

E est plan vectoriel dont une base **est :**$\mathcal{B} = (\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$

I- **Soit g** l'endomorphisme de **E** définie **par :** $g(\vec{u}) = (x-y)(3\vec{j}-4\vec{\imath}) - (x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath})$.

1- Déterminer la matrice de **K** dans la base $\mathcal{B}$ **0,5pt**

1- Démontre que **K** est irréversible et déterminer son inverse $\mathbf{K^{-1}}$. (0,75pt)

II- **Soit f** l'application définie par : : $f(\vec{\imath}) = g(\vec{\imath}) - \vec{\imath}$ *et* $f(\vec{\jmath}) - g(\vec{\jmath}) + \vec{\jmath}$

1- Montrer que $Kerf$ **est une droite vectorielle dont la** base est $\vec{e}_1 = -2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ (0,75pt)

2- Montrer que Imf **est une droite vectorielle dont la** base est $\vec{e}_2 = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ 0,75pt

3- $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$

a- Montrer que **B'** est une base de **E.** 0,25pt

b- *Montrer que* **:** $f(\vec{e}_1) = -8\vec{e}_2$. 0,25pt

c- En déduire la matrice **M'** de f dans cette base. 0,5pt

d- Déterminer la matrice **A** de f dans cette base**.** 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATIONS DES COMPETENCES [4pts]

Après *la mort de* M. MAXWELL, son fils KAKA décide absolument clôturer le terrains héritage pour sécuriser. Pour cela doit acheter du fil barbelé pour la clôture de ce terrain, sachant que ***5metre*** de fil barbelé coute ***10.000FCFA*** ce terrain a une forme de polygone dont les sommets sont des images des solutions de l'équation $\cos(6x) = 1$ dans $]-\pi; \pi]$ Sur le cercle trigonométrique, ***1unité est égale à 5m.***

Dans l'établissent ou fréquente PADAMA le cadet de MAWELL, on organise un concours de mathématique afin de décrocher une bourse. Le concours consiste a déterminer les vitesses et temps de parcours des deux voitures **A et B** respectivement $\mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2; t_1$ *et* t_2 dans l'énoncer suivante « Deux voitures **A et B** parcours 400Km , mais **B** faits 20Km /h de plus que A et en une heure de moins . »

PADAMA donne les propositions suivantes :

→ La relation liant $\mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2; t_1$ *et* t_2 **est :** $\mathcal{V}_1 \times t_2 = \mathcal{V}_2 \times t_1$

→ La vitesse $\mathcal{V}_1$ vérifie l'équation **suivant :** $\mathcal{V}^2 + 20\mathcal{V} + 8.000 = 0$ **.**

SOUFYANE *L'ami de PADAMA* donne les propositions suivantes :

→ La relation liant $\mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2; t_1$ *et* t_2 **est :** $\mathcal{V}_1 \times t_1 = \mathcal{V}_2 \times t_2$

→ La vitesse $\mathcal{V}_1$ vérifie l'équation **suivant :** $\mathcal{V}^2 + 20\mathcal{V} - 8.000 = 0$

→ $\mathcal{V}_1 = 80Km/h$; $\mathcal{V}_2 = 800Km/h$, $t_1 = 5h$ *et* $t_2 = 4h$

<u>TÂCHE</u> : *Combien dépensera <u>M. KAKA</u> la clôture du terrain de son terrai***n ?** 1,5pts

<u>TÂCHE 2</u> : PADAMA décrochera-t-il la bourse *?* 1,25pts

<u>Tâche 3</u> : : SOUFYANE décrochera-t-il la bourse ? 1,25pt

« La folie, c'est de faire toujours la même chose et de s'attendre à un résultat différent »

Albert Einstein