LYCEE TECHNIQUE DE BATCHINGOU					
Examen :	**Classe :**	**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**	**Session :**	**Durée :**	**Coef :**
Evaluation N°1	**Tle F3, F4**		**Octobre 2024**	$2H00min$	**3**
Proposé par : *M. KOUEKO Yves* **(PCEG Sciences Physiques)**					

L'épreuve comporte quatre exercices sur deux pages que le candidat traitera obligatoirement.

Exercice1 : **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\boldsymbol{o};\vec{\boldsymbol{i}};\vec{\boldsymbol{j}})$.

On donne $\boldsymbol{A}(-3\,;2), \boldsymbol{B}(1\,;5)$ et $\boldsymbol{C}(2\,;-4)$.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la droite $(\boldsymbol{D})$ passant par **A** et de vecteur directeur $\vec{\boldsymbol{u}}(3;2)$. **1pt**
2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ) passant par **B** et perpendiculaire à $(\boldsymbol{D})$. **1,5pt**
3. Déterminer la distance du point **C** a la droite $(\boldsymbol{D})$. **1pt**
4. Trouver une équation normale la droite (Δ) passant par $\boldsymbol{F}\ (1;1)$ de vecteur directeur $\vec{\boldsymbol{u}}(3;2)$. **1,5pt**

Exercice2 : **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\boldsymbol{o};\vec{\boldsymbol{i}};\vec{\boldsymbol{j}})$.

On donne $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{B}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$.

1. Trouver une équation cartésienne du cercle de centre $\boldsymbol{A}$ passant par $\boldsymbol{B}$. **1,5pt**
2. Soit $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{y})$ du plan tels que : $\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2-12\boldsymbol{x}-8\boldsymbol{y}+43=0$.

   2.1. Montrer que $(\mathcal{C})$ est un cercle dont on précisera le centre **Ω** et le rayon $\boldsymbol{R}$. **1,5pt**

   2.2. En déduire l'équation paramétrique de $(\mathcal{C})$. **1pt**
3. Soit $(\boldsymbol{S})$ l'ensemble des points $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{y})$ du plan tels que : $\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2-4\boldsymbol{x}-2\boldsymbol{y}-24=0$.

   Déterminer une équation de la tangente à $(\boldsymbol{S})$ en $\boldsymbol{B}$ noté $(\boldsymbol{T_B})$. **1pt**

Exercice3 : 5points

On considère les nombres complexes $z_1; z_2$ et z_3 définis par :

$$\boldsymbol{z_1}=\sqrt{3}-3\boldsymbol{i};\quad \boldsymbol{z_2}=-2+2\boldsymbol{i}\quad et\quad \boldsymbol{z_3}=\frac{\boldsymbol{z_1}}{\boldsymbol{z_2}}$$

1. Ecrire z_3 sous forme algébrique. **0,5pt**
2. Ecrire z_1, z_2 puis z_3 sous forme trigonométrique. **1,5pt**
3. Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$. **1pt**
4. Déterminer la forme algébrique de $(-2+2i)^{20}$. **1pt**
5. Linéariser cos^3x **1pt**

<u>Exercice4</u> : 5points

On considère l'application P de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $P(z) = z^3 - (2 - 4i)z^2 - (18 + 3i)z - 9 - 45i$ et on donne les points $A, B, C et\ D$ d'affixes respectives $-3i$; $5 - i$; -3 et $1 + 5i$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$: unité graphique $1cm$.

1. Calculer $P(3)$ puis conclure. **0,75pt**
2. Justifier que le nombre complexe $5 + 2i$ est une racine carrée du nombre complexe $21 + 20i$. **0,5pt**
3. Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que $\forall z \epsilon \mathbb{C}$ on ait : $P(z) = (z + 3)(az^2 + bz + c)$. **1pt**
4. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. **0,75pt**
5. Placer les points $A,\ B,\ C\ et\ D$ dans le repère ci-dessus. **1pt**
6. Donner l'écriture exponentielle du nombre complexe $z = \frac{z_D}{z_B}$ puis en déduire la nature de la figure OBD. **1pt**

*« L'ebec n'est qu'une opportunité pour recommencer la même chose plus intelligemment : **Henri Ford** »*