| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **MINESEC** | **LYCEE CLASSIQUE D'EDEA** | | | **Date : 25/01/2025** | | |
| **DRLT-DDSM** | **EXAMEN** | **D.S N° 1 du 2ème Trimestre** | **Classe** | **1ère C** | **Durée** | **3h** |
| **COEFF. 6** | **EPREUVE** | MATHEMATIQUES | **Prof.** | **Olivier TIAGHO** | | |

## Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15 Points

### EXERCICE 1 : 5 Points

**1.** On se propose de résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation $(I)$: $\tan^2(x)-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan(x)+\sqrt{3}\leq 0$.

**a)** Calculer $\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $t^2-\left(1+\sqrt{3}\right)t+\sqrt{3}=0$. **0,75pt**

**b)** Résoudre dans l'intervalle $[0;\pi]$ l'équation $(E)$: $\tan^2(x)-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan(x)+\sqrt{3}=0$. **1pt**

**c)** En déduire la résolution dans $[0;\pi]$ l'inéquation $(I)$. **0,75pt**

**2.** Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points $A(-1\,;2)$, $B(3;-1)$ et $C(0;1)$. Soit $h$ la transformation du plan qui à tout point $M(x;y)$, associe le point $M'(x';y')$ tel que : $\overrightarrow{MM'}=-\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}$. On note $G$ le barycentre des points pondérés $(A,-1)$; $(B,3)$ et $(C,2)$.

**a)** Montrer que le point $G$ est invariant par $h$, puis déterminer ses coordonnées. **0,75pt**

**b)** Montrer que $h$ est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport. **0,75pt**

**c)** Déterminer l'expression analytique de $h$. **0,5pt**

**d)** Soit $(C)$ le cercle de centre $G$ et de rayon $3cm$.
Déterminer les éléments caractéristiques du cercle $(C')$, image de $(C)$ par $h$. **0,5pt**

### EXERCICE 2 : 5 Points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne les points $A(1\,;1)$ et $B(-2;4)$.

Soit $f$ la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{ax}{bx+1}$ où $a$ et $b$ sont des nombres réels.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de $f$ et $(\mathcal{H})$ celle de la fonction $h: x\longmapsto -\dfrac{2}{x}$.

**1.** Déterminer les réels $a$ et $b$ pour que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $A$ et $B$. **0,75pt**

**2.** On suppose que pour tout réel $x$ différent de $-1$, $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$.

**a)** Déterminer les réels $\alpha$ et $\beta$ tels que pour tout $x\neq -1$, $f(x)=h(x-\alpha)+\beta$. **0,5pt**

**b)** En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ est l'image de $(\mathcal{H})$ par une transformation du plan à caractériser. **0,5pt**

**c)** Montrer que le point $\Omega(-1;2)$ est centre de symétrie pour la courbe $\mathscr{C}$. **0,5pt**

**d)** Tracer les courbes $(\mathcal{H})$ et $\mathscr{C}$ dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. **1,25pt**

**3.** Soit $g$ la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x)=f(|x|)$.

**a)** Déterminer le domaine de définition de $g$ et montrer que $g$ est une fonction paire. **0,75pt**

**b)** Donner le programme de construction de la courbe $\left(C_g\right)$, puis construire en bleu la courbe $\left(C_g\right)$ dans le même repère que $\mathscr{C}$. **0,75pt**

### EXERCICE 3 : 5 Points

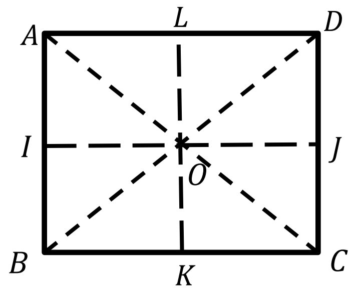
**1.** Déterminer le coefficient de $x^5y^7$ dans le développement de $(3x-2y)^{11}$. **0,75pt**

**2.** Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \sqrt{x^2+1} + x$.
Calculer la limite de $h$ en $-\infty$. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu. **0,75pt**

**3.** Soit $f$ la fonction définie sur $]4;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$.
Montrer que $f$ admet un prolongement par continuité en $x_0 = 4$, puis définir ce prolongement $g$. **0,75pt**

**4.** $ABCD$ est un carré de sens direct de centre $O$ et de côté $4cm$. $I, J, K$ et $L$ sont les milieux respectifs des côtés $[AB], [CD], [CB]$ et $[DA]$.

**a)** Déterminer et construire l'ensemble $(\Gamma)$ des points $M$ du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 40$. **0,75pt**




**b)** Déterminer les applications suivantes : **1pt**

i) $S_{(IJ)} \circ S_{(AD)}$ ; ii) $S_{(IJ)} \circ S_{(AC)}$.

**c)** Déterminer la droite $(\Delta)$ telle que : **1pt**

i) $S_{(\Delta)} \circ S_{(OC)} = r_{\left(C,\frac{\pi}{2}\right)}$ ; ii) $S_{(AB)} \circ S_{(\Delta)} = t_{\overrightarrow{DA}}$.

## Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 4,5 Points

**Situation :**

Dans un village agricole, un fermier nommé Olivier possède un poulailler dont le code d'accès est un secret bien gardé : un nombre à 4 chiffres de la forme $0abc$. Les chiffres $a, b$ et $c$ sont les solutions de l'équation polynômiale de degré 3 d'inconnue $x : x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0$.
Alors qu'il est en voyage d'affaires, son fils Cédric se retrouve dans une situation délicate : il doit nourrir les poules, mais il ne peut pas joindre son père pour obtenir le code d'accès. Pour ouvrir le poulailler, Cédric doit découvrir les différentes combinaisons possibles de ce code.
Olivier a récemment acquis un terrain de forme rectangulaire , d'une aire de $192\ m^2$ et de diagonale séparant les cultures mesurant $20m$. Il prévoit d'y cultiver du maïs et du haricot.
Pour sécuriser cet espace précieux, il envisage de le clôturer avec un grillage métallique dont le mètre coûte $6800\ FCFA$. Par ailleurs, Cédric a été sollicité pour réaliser la finition d'une piste de course pour chevaux. Cette piste est construite dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral $ABC$ de côté $10m$. Elle est l'espace coincé entre le lieu des points $M$ du plan tels que : $\begin{cases} \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 48 \\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 600 \end{cases}$ . Pour chaque mètre carré de gazon qu'il pose, Cédric reçoit $65200\ FCFA$. Ses ambitions vont au-delà : il veut utiliser l'argent gagné pour acheter un terrain de $100\ m^2$ près de chez eux, au prix de $25600\ FCFA$ le mètre carré.

**Tâches :**

**1.** Aider Cédric à retrouver les mots de passe possibles de ce poulailler. **1,5pt**

**2.** Cédric pourra-t-il acheter ce terrain ? **1,5pt**

**3.** Olivier pourra-t-il sécuriser cette parcelle avec un budget de $427000\ FCFA$ ? **1,5pt**

**Présentation : 0,5pt**