

SEQUENCE N 2

ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUES

PARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 16,5pts

EXERCICE 1 (4pts) QCM bonne réponse 1pt, pas de réponse 0pt et mauvaise réponse -0,5pt

- Soit le nombre complexe  $z$  tel que  $|z| = 1$  le nombre  $|z + \sqrt{2}|^2 + |\sqrt{2} - z|^2$  est égale a :  
 a)  $2\sqrt{2}$                       b) 6                      c)  $-2\sqrt{2}$                       d)  $\sqrt{2}$                       e)  $-\sqrt{2}$
- Si le nombre complexe  $z = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$  alors  $\frac{z^n}{1+z^{2n}}$  est égale a :  
 a)  $\frac{1}{2 \cos(n\theta)}$                       b)  $\frac{1}{2 \sin(n\theta)}$                       c)  $\frac{1}{2 \tan(n\theta)}$                       d)  $\frac{1}{\cos(n\theta)}$                       e) pas de reponse
- ABC est un triangle rectangle en A tels que  $BC = 8cm$  ;  $AC = x$ . son périmètre P(x) maximal est :  
 a)  $8+\sqrt{2}$                       b)  $8+4\sqrt{2}$                       c)  $8-4\sqrt{2}$                       d)  $8+2\sqrt{2}$
- $\forall n \leq 2$ , on a:  $\Pi_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \prod_{k=2}^{k=n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$  si  $\Pi_n$  est convergente alors sa limite est :  
 a)  $\frac{1}{2}$                       b) 1                      c) 3                      d)  $-\frac{1}{2}$                       e)  $-\sqrt{2}$

EXERCICE 2 5,5pts

- On considère le nombre complexe  $w = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$   
 a) Montrer  $|w| = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  puis Vérifier que  $w = 2 \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$  0,75pt  
 b) En linéarisant  $\cos^2(\theta)$  avec  $\theta \in \mathbb{R}$ , montrte que  $1 + \cos(2\theta)$  0,5pt  
 c) Montrer  $w = 4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \left[ \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \right]$  est la forme trigonométrique de  $w$  0,25pt  
 d) puis montrer que  $w^4 = \left(2\sqrt{2 + \sqrt{2}}\right)^4 i$  1pt
- Déterminer la racine cubique du nombre complexe 8 sous la forme algébrique 0,75pt
- Le plan complexe est muni du repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on donne les points K, D et F d'affixe respectif  $z_k = -1 - i\sqrt{3}$ ,  $z_D = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $z_F = 2$   
 a) Montrer que  $\frac{z_F - z_k}{z_F - z_D} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$  puis déduire la nature du triangle KDF 0,75pt
- On considère les expressions suivantes :  

$$S_n = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3\frac{\pi}{4}\right) + \dots + \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) = \sum_{k=0}^n \cos\left(k\frac{\pi}{4}\right)$$

$$S'_n = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3\frac{\pi}{4}\right) + \dots + \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) = \sum_{k=0}^n \sin\left(k\frac{\pi}{4}\right)$$
 a) Montrer que  $S_n + iS'_n = e^{i\frac{\pi n}{8}} \times \frac{\sin\left(\frac{\pi(n+1)}{8}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  (on remarquera que  $\cos(nx) - i \sin(nx) = e^{-inx}$ ) 1pt  
 b) Déduire que  $S_n = \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{\pi(n+1)}{8}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  et  $S'_n = \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{\pi(n+1)}{8}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  0,5pt

EXERCICE 3 3,5pts

Soit la suite géométrique  $v_n$  de premier terme  $v_0 = 4$  et de raison  $q = \frac{1}{2}$  et  $u_n$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = \frac{\pi}{4}$  et de raison  $r = \frac{\pi}{2}$ . pour tout nombre complexe  $z_n$  de module  $v_n$  et d'argument  $u_n$

- 1- Exprime  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de  $n$  puis déduire  $Z_n$ . 1pt
- 2- Montrer  $Z_n$  est une suite géométrique **de raison**  $\frac{1}{2}i$  et de premier terme  $Z_0 = 2\sqrt{2}(1+i)$ . 1pt
- 3- Pour tout  $n$ , on pose  $H_n = Z_0 \times Z_1 \times Z_2 \times \dots \times Z_n$  exprimer argument de  $H_n$  en fonction de  $n$ . 0,5pt

**EXERCICE 4**    3.5pts

Le tableau ci-dessous suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise **Mr Maxwell**, exprimé en millions de francs pendant huit années consécutives

année	2015	2016	2017	2018	2019	2021	2022	2023
Numéro de l'année (Xi)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire (yi)	41	67	55	80	95	104	100	122

- 1- Représenter graphiquement le nuage de points associé à cette série **statistique** ( $x_i, y_i$ ) dans un repéré orthogonal. 1pt
- 2- Calculer la covariance de cette série statistique 0.5pt
- 3- Déterminer une équation de droite de régression **de y en x** 0,75pt
- 4- Calculer le coefficient de corrélation et interpréter 1,25pt

**PARTIE B. ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES : (3,5pts)**

M. MAXWELL veut créer une entreprise dans le secteur de cacao culture. Dans le but d'avoir certaines informations sur le fonctionnement de l'entreprise, il fait appelé a un financier. après analyse, l'expert stipule que « le cout moyen de production des déchets varie en fonction de nombre de tonne de production des déchets et est modéliser par la fonction  $C(x) = \sqrt{x^2 + 12x - 5} - x$ . Celui-ci est croissant et atteindra plu tard une valeur limitée.

KAKA le frère de MAXWELL quant lui il possède deux terrains qu'il veut absolument clôturer pour sécuriser doit acheter du fil barbelé pour la clôture de ces terrains. 5mètre de fil barbelé coute 8000FCFA et **1unité** est égale 5m.

- **Le premier Le terrain**, est formée l'ensemble des points  $M(x;y)$  du plan complexe vérifiant l'équation  $(E_{11}): Z\overline{Z} + 2(Z + \overline{Z}) + |z - \overline{Z}| - 11 = 0$  avec  $Z = x + iy$ .
- **Le deuxième Le terrain**, est un rectangle dont les dimension sont les parties réelle et imaginaire de la solution de l'équation  $(E_{22}): Z(1 + 4i) + (3 - 4i)\overline{Z} - 4 + 8i = 0$  avec  $Z = x + iy$ .

**Tâches :**

- 1- Quel es le seuil de cout de production de déchets lorsque le tonne de production prend une valeur très grand 1pt
- 2- Déterminer le budget nécessaire pour la clôture du premier terrain. 1,25pt
- 3- Déterminer le budget nécessaire pour la clôture deuxième terrain. 1,25pt

« Quant vous demandez ou est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen »