

SEQUENCE N 2ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUESPARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 16,5ptsEXERCICE 1 (4pts) QCM bonne réponse 1pt, pas de réponse 0pt et mauvaise réponse -0,5pt

- 1- Soit le nombre complexe  $Z$  tel que  $|z| = 1$  le nombre  $|Z + \sqrt{2}|^2 + |\sqrt{2} - Z|^2$  est égale a:
- a)  $2\sqrt{2}$       b) 6      c)  $-2\sqrt{2}$       d)  $\sqrt{2}$       e)  $-\sqrt{2}$
- 2- Si le nombre complexe  $Z = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$  alors  $\frac{Z^n}{1+z^{2n}}$  est égale a :
- a)  $\frac{1}{2 \cos(n\theta)}$       b)  $\frac{1}{2 \sin(n\theta)}$       c)  $\frac{1}{2 \tan(n\theta)}$       d)  $\frac{1}{\cos(n\theta)}$       e) pas de réponse
- 3- ABC est un triangle rectangle en A tels que  $BC = 8\text{cm}$ ;  $AC = x$ . son périmètre P(x) maximal est :
- a)  $8 + \sqrt{2}$       b)  $8 + 4\sqrt{2}$       c)  $8 - 4\sqrt{2}$       d)  $8 + 2\sqrt{2}$
- 4-  $\forall n \leq 2$ , on a:  $\Pi_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \prod_{k=2}^{k=n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$  si  $\Pi_n$  est convergente alors sa limite est :
- a)  $\frac{1}{2}$       b) 1      c) 3      d)  $-\frac{1}{2}$       e)  $-\sqrt{2}$

EXERCICE 2 5,5pts

- 1- On considère le nombre complexe  $W = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

- a) Montrer  $|W| = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  puis Vérifier que  $W = 2 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$  0,75pt
- b) En linéarisant  $\cos^2(\theta)$  avec  $\theta \in IR$ , montrer que  $1 + \cos(2\theta)$  0,5pt
- c) Montrer  $W = 4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \left[\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right]$  est la forme trigonométrique de  $W$  0,25pt
- d) puis montrer que  $W^4 = \left(2\sqrt{2 + \sqrt{2}}\right)^4 i$  1pt

- 2- Déterminer la racine cubique du nombre complexe 8 sous la forme algébrique 0,75pt

- 3- Le plan complexe est muni du repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on donne les points K, D et F d'affixe respectives

$$Z_k = -1 - i\sqrt{3}, Z_D = -1 + i\sqrt{3}, Z_F = 2$$

- a) Montrer que  $\frac{Z_F - Z_k}{Z_F - Z_D} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$  puis déduire la nature du triangle KDF 0,75pt

- 4- On considère les expressions suivantes :

$$S_n = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3\frac{\pi}{4}\right) + \dots + \cos\left(n\frac{\pi}{4}\right) = \sum_{k=0}^n \cos\left(k\frac{\pi}{4}\right)$$

$$S'_n = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3\frac{\pi}{4}\right) + \dots + \sin\left(n\frac{\pi}{4}\right) = \sum_{k=0}^n \sin\left(k\frac{\pi}{4}\right)$$

- a) Montrer que  $S_n + iS'_n = e^{i\frac{\pi n}{8}} \times \frac{\sin\left(\frac{n+1}{8}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  (on remarquera que  $\cos(nx) - i \sin(nx) = e^{-inx}$ ) 1pt

- b) Déduire que  $S_n = \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{n+1}{8}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  et  $S'_n = \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) \times \frac{\sin\left(\frac{n+1}{8}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$  0,5pt

EXERCICE 3 3,5pts

Soit la suite géométrique  $\mathcal{V}_n$  de premier terme  $\mathcal{V}_0 = 4$  et de raison  $q = \frac{1}{2}$  et  $\mathcal{U}_n$  une suite arithmétique de premier terme  $\mathcal{U}_0 = \frac{\pi}{4}$  et de raison  $r = \frac{\pi}{2}$ . pour tout nombre complexe  $Z_n$  de module  $\mathcal{V}_n$  et d'argument  $\mathcal{U}_n$

- 1- Exprime  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{u}_n$  en fonction de  $\mathbf{n}$  puis déduire  $\mathbf{Z}_n$ . 1pt
- 2- Montrer  $\mathbf{Z}_n$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}i$  et de premier terme  $\mathbf{Z}_0 = 2\sqrt{2}(1+i)$ . 1pt
- 3- Pour tout  $\mathbf{n}$ , on pose  $\mathbf{H}_n = \mathbf{Z}_0 \times \mathbf{Z}_1 \times \mathbf{Z}_2 \times \dots \times \mathbf{Z}_n$  exprimer argument de  $\mathbf{H}_n$  en fonction de  $\mathbf{n}$ . 0,5pt

**EXERCICE 4 3.5pts**

Le tableau ci-dessous suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise **Mr Maxwell**, exprimé en millions de francs pendant huit années consécutives

année	2015	2016	2017	2018	2019	2021	2022	2023
Numéro de l'année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire ( $y_i$ )	41	67	55	80	95	104	100	122

- 1- Représenter graphiquement le nuage de points associé à cette série statistique ( $x_i, y_i$ ) dans un repère orthogonal. 1pt
- 2- Calculer la covariance de cette série statistique 0,5pt
- 3- Déterminer une équation de droite de régression de  $y$  en  $x$  0,75pt
- 4- Calculer le coefficient de corrélation et interpréter 1,25pt

**PARTIE B. ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES : (3,5pts)**

**M. MAXWELL** veut créer une entreprise dans le secteur de cacao culture. Dans le but d'avoir certaines informations sur le fonctionnement de l'entreprise, il fait appelé à un financier. Après analyse, l'expert stipule que « le cout moyen de production des déchets varie en fonction de nombre de tonne de production des déchets et est modéliser par la fonction  $C(x) = \sqrt{x^2 + 12x - 5} - x$ . Celui-ci est croissant et atteindra plus tard une valeur limitée.

**KAKA** le frère de **MAXWELL** quant lui il possède deux terrains qu'il veut absolument clôturer pour sécuriser doit acheter du fil barbelé pour la clôture de ces terrains. 5m de fil barbelé coutent 8000FCFA et **1unité** est égale 5m.

- **Le premier Le terrain**, est formée l'ensemble des points  $M(x ; y)$  du plan complexe vérifiant l'équation  $(E_{11})$ :  $Z\bar{Z} + 2(Z + \bar{Z}) + |z - \bar{Z}| - 11 = 0$  avec  $Z = x + iy$ .
- **Le deuxième Le terrain**, est un rectangle dont les dimensions sont les parties réelle et imaginaire de la solution de l'équation  $(E_{22})$ :  $Z(1 + 4i) + (3 - 4i)\bar{Z} - 4 + 8i = 0$  avec  $Z = x + iy$ .

**Tâches :**

- 1- Quel est le seuil de cout de production de déchets lorsque le tonne de production prend une valeur très grande 1pt
- 2- Déterminer le budget nécessaire pour la clôture du premier terrain. 1,25pt
- 3- Déterminer le budget nécessaire pour la clôture deuxième terrain. 1,25pt

« Quant vous demandez ou est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen »