DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	MONTESQUIEU	ANNEE SCOLAIRE : **2024/2025** PERIODE : 2 CLASSE DE : 1ère C DUREE : 3H -COEFFICIENT : 6

DEVOIR HARMONISE N°2 DU 18 NOVEMBRE 2024
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES **(13 points)**

EXERCICE 1 (05 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes d'équations ci-dessous

$(S_1)\begin{cases} 4x^2 - \frac{5}{y-2} = -\frac{11}{9} \\ 3x^2 + \frac{2}{y-2} = 1 \end{cases}$ **(1pt)** et $(S_2) : \begin{cases} 3x + y + z = 6 \\ 7x - 3y + 5z = 6 \\ 5x + 3y + z = 12 \end{cases}$ **(1,5pt)**

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne les droites (D_1) et (D_2) d'équations cartésiennes respectives : $2x - y - 8 = 0$ et $x - 2y + 5 = 0$
   a) Déterminer le point A intersection des droites (D_1) et (D_2) **(0,5pt)**
   b) Trouver une équation cartésienne de la bissectrice intérieure de l'angle de sommet A **(0,75pt)**
   c) Déterminer les caractéristiques du cercle tangent aux deux droites (D_1) et (D_2) et dont le centre est d'ordonnée 2, puis construire ce cercle et les deux droites (D_1) et (D_2) **(1,25pt)**

EXERCICE 2 (04points)

1. Déterminer dans $\mathbb{N}$ les solutions des équations ci-dessous : **(1,5pt)**
   $(E_1) : C_{12}^{n} = 495$ et $(E_2) : C_{2n}^{1} + C_{2n}^{2} + C_{3n}^{3} = 205n$
2. Une urne contient 7 boules indiscernables au toucher. On a trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et quatre boules blanches numérotées de 1 à 4. On tire simultanément de l'urne trois boules
   a) Combien de possibilités a-t-on de tirer les boules de couleurs différentes? **(0,5pt)**
   b) Combien possibilités a-t-on de tirer les boules qui ont la même couleur? **(0,5pt)**
   c) Combien possibilités a-t-on de tirer les boules avec au moins deux boules rouges ? **(0,5pt)**
   d) Combien possibilités a-t-on de tirer les boules portant les numéros différents? **(1pt)**

EXERCICE 3 (04 points)

1. Exprimer en fonction de $cosx$, l'expression de $cos4x$ **(0,75pt)**
2. Déterminer la valeur exacte de $cos\frac{\pi}{12}cos\frac{7\pi}{12} - sin\frac{25\pi}{12}sin\frac{31\pi}{12}$ **(0,75pt)**
3. Calculer en fonction de $cosx$ et $sinx$ les expressions suivantes :
   $A(x) = cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ **(0,5pt)**
   $B(x) = sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 2sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ **(0,5pt**
4. Résoudre dans l'intervalle $\mathbb{R}$ les équations suivantes
   $(E_3) : |tan3x| = \left|tan(x - \frac{2\pi}{3})\right|$ **(0,75pt)**
   $(E_4) : sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = cos(x + \frac{\pi}{3})$ **(0,75pt)**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (07 points)

Situation

Alain, Bernard et Claude sont des ingénieurs en robotique. Ils ont conçu une grande roue horizontale de 4 m de rayon qui est fixée sur un solide point fixe pour garder la roue en équilibre. Cette roue est utilisée au manège pour enfant dans les centres de loisirs et peut prendre 8 personnes maximum sur son pourtour. L'espace entre les sièges les plus proches est modélisé par la relation trigonométrique $\left|\cos(2x - \frac{\pi}{3})\right| \geq \cos(\frac{\pi}{9})$

Cette équipe de trois amis a aussi conçu un détecteur de mouvement qui est connecté au téléphone du propriétaire. L'espace sur le sol qui est couvert par ce détecteur est un triangle ABC comme l'indique le schéma ci-dessous et où $AC = 8\,m,\ \alpha = \frac{\pi}{3}rd\ et\ \beta = \frac{\pi}{12}rd.$ Le rôle de ce détecteur de mouvement est de signaler la présence de toute personne humaine qui rentre dans l'espace délimité par le triangle

Alain, Bernard et Claude aiment faire des parties de Ludo. La partie d'un jeu est fait de trois phases et le principe du jeu est que le gagnant de la première phase empoche 1/5 des avoirs des 2 autres, le gagnant de la deuxième phase empoche 1/3 des avoirs des deux autres et enfin le gagnant de la troisième phase empoche le1/4 des avoirs des deux autres. Pour s'assurer de l'équité et de la transparence dans ce jeu, les trois amis remettent la totalité de leurs avoirs à un arbitre. Au cours du jeu, Alain gagne la première phase, Bernard la deuxième et Claude la troisième. A la fin du jeu, Alain a 31500 F, Bernard a 48150 F et Claude a 55350 F

Tâches

1. Calculer l'aire exacte (Pas d'arrondi) en mètre carré du triangle décrit par le détecteur de mouvement **(2,25pt)**
2. Quel est le montant de chacun des trois amis avant le début des trois phases de jeu? **(2,25pt)**
3. Construire cette roue lorsqu'elle est au repos avec ses différents sièges et préciser la longueur des arcs qui sont les solutions de la relation trigonométrique. (Échelle 1/200) **(2,25pt)**