

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2024-2025
Département de Mathématiques	<b>CONTROLE</b>	Date : 23 Novembre 2024
<b>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>		
Niveau : 1 <sup>ère</sup> C	Durée : 03 heures	Coef: 6

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

**15 POINTS**

#### Exercice 1 : 05,50 Points

A, B et C sont trois points non alignés du plan. On désigne par  $G_m$  le barycentre des points pondérés  $(A, 3m + 1), (B, -2m - 3)$  et  $(C, -m + 3)$ , où  $m$  est un réel.

- 1- Montrer que  $G_m$  existe quel que soit  $m$ . **0,5pt**
- 2- Déterminer  $m$  pour que les points A, B et  $G_m$  soient alignés. **0,5pt**
- 3- On suppose que  $A(1; 2), B(-3; 2)$  et  $C(2; 4)$ .
  - a) Déterminer les coordonnées de  $G_m$  en fonction de  $m$ . **0,75pt**
  - b) Déterminer la figure que décrit le point  $G_m$  lorsque  $m$  décrit l'ensemble  $\mathbb{R}$  des réels. **1pt**
- 4- On admet à présent que  $[AB]$  est un segment de longueur 6 cm. N est un point de  $[AB]$  tel que  $AN = x$ . (D) la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par N et H est le point de (D) tel que  $HN = x - 2$ . On désigne par I, J et K les points tels que :  $I = \text{bar}\{(A, 2); (B, -5)\}$ ,  $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ .
  - a) Déterminer  $x$  sachant que  $AH = \sqrt{10}$ . **0,75pt**
  - b) Faire une figure et construire les points I, J, K et H. **1pt**
  - c) Montrer que les droites  $(IC), (AJ)$  et  $(BK)$  sont concourantes. **1pt**

#### Exercice 2 : 05,00 Points

On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les points I(1, 0), J(0, 1) et K(-1, 0). A est le milieu de [OK], (C) est le cercle de centre O et de rayon 1 et  $(C')$  le cercle de centre A passant par J.

- 1- a) Ecrire une équation cartésienne de  $(C')$ . **0,75pt**
- b)  $(C')$  coupe l'axe des abscisses en deux points dont l'un, noté B a une abscisse positive  $x_B$ . Déterminer  $x_B$ . **0,75pt**
- 2- On désigne par C le milieu de [OB], la perpendiculaire en C à l'axe des abscisses coupe (C) en deux points dont l'un, noté M a une ordonnée positive. On pose  $\alpha = (\vec{i}, \widehat{\overrightarrow{OM}})$ .
  - a) Montrer que  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ . **0,5pt**
  - b) En déduire les valeurs exactes de  $\cos 2\alpha$  et  $\cos 3\alpha$ . **1pt**
- 3- Résoudre dans  $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$  l'équation :  $\cos 2x = \cos 3x$ , et en déduire la valeur exacte de  $\alpha$ . **1pt**
- 4- Résoudre dans  $[0; 2\pi[$ , l'équation suivante :  $2\sqrt{3}\cos x + 2\sin x = \sqrt{5} - 1$ . **1pt**

#### Exercice 3 : 04,5 Points

- A- Soient  $n, p$  et  $k$  trois entiers tels que  $0 \leq k \leq p \leq n$ . On pose  $S = \sum_{k=0}^p [1 + C_n^k C_{n-k}^{p-k}]$ 
  - 1- Démontrer que  $C_n^k C_{n-k}^{p-k} = C_p^k C_n^p$ . **1pt**
  - 2- En déduire la valeur simplifiée de S en fonction de  $n$  et  $p$ . **0,75pt**

3- Pour  $p = 2$ , résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $S = 183$ .

0,75pt



Un feu tricolore :  
Rouge – Orange- Vert

B- Un automobiliste rencontre sur son trajet sept feux tricolores. Pour chacun de ces feux, le rouge dure 30 secondes, l'orange dure 10 secondes et le vert dure 20 secondes. Les sept feux ne sont pas synchronisés et les aléas de la circulation font que l'état d'un feu devant lequel se présente l'automobiliste ne dépend pas de l'état des feux précédents.

1- Déterminer le nombre de possibilité pour que sur son trajet, l'automobiliste rencontre exactement trois feux verts. 1pt

2- Déterminer le nombre de possibilité pour que sur son trajet, l'automobiliste rencontre au moins un feu vert. 1pt

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

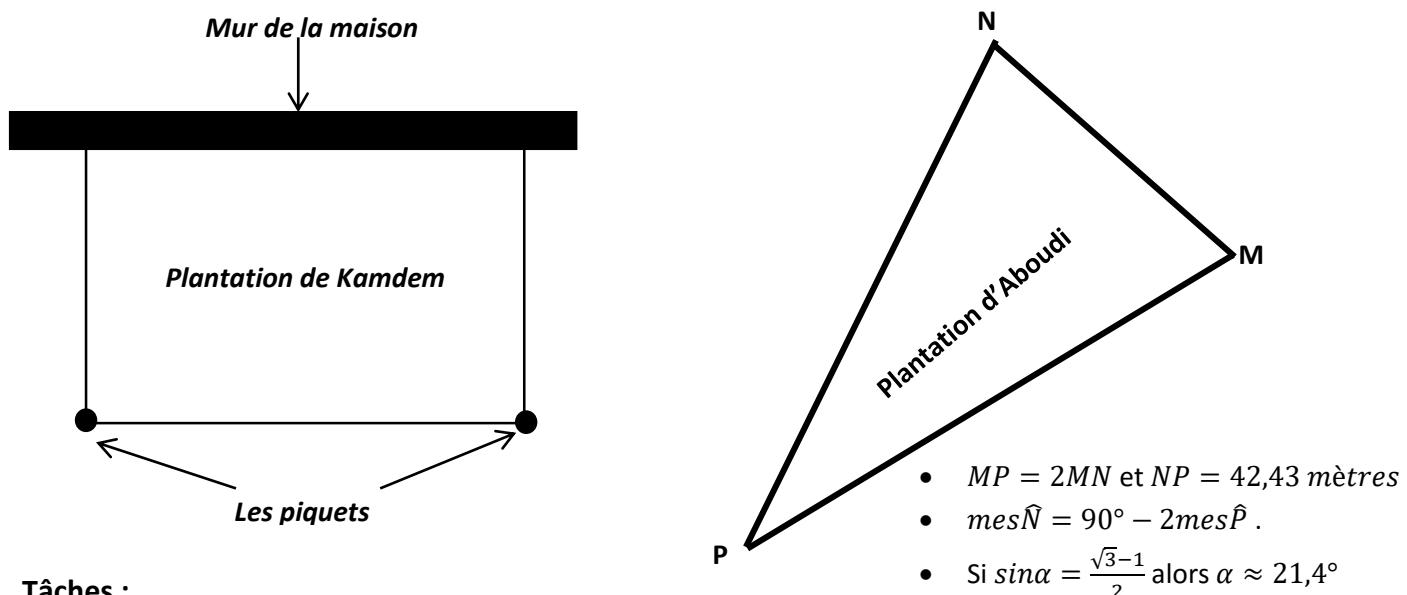
05 POINTS

### Situation :

Les amis Kamdem et Aboudi sont deux agriculteurs qui font la culture du manioc. La plantation de Kamdem a la forme d'un rectangle et celle d'Aboudi a la forme d'un triangle. Kamdem dispose de 75 mètres de grillage pour clôturer trois côtés de sa plantation, en effet l'un des côtés de la plantation est le mur de sa maison. Aboudi quant à lui dispose de 100 mètres de grillage pour entourer sa plantation. Kamdem plante ses piquets loin du mur de telle sorte que la surface englobée soit maximale.

Mme Astride est une grande commerçante, elle prend du manioc chez Kamdem et Aboudi directement à la plantation et paye 1000 francs le mètre carré. Elle revend toute sa marchandise dans une ville voisine

Après un samedi où la vente des produits des plantations des deux agriculteurs a été très bénéfique, Kamdem et Aboudi vont au restaurant avec le personnel travaillant dans leur plantation, ils sont alors 9 au total. Dans le restaurant, il y a deux tables : la première dispose de 4 chaises, numérotées de 1 à 4 et la deuxième dispose de 5 chaises identiques non numérotées. Les patrons Kamdem et Aboudi ne seront pas sur la même table, mais les autres travailleurs pourront s'asseoir à n'importe quelle table.



### Tâches :

- 1- Déterminer le prix de vente de la production de Kamdem à Mme Astride. 1,5pt
- 2- Déterminer le prix de vente de la production d'Aboudi à Mme Astride. 1,5pt
- 3- Combien ya-t-il de possibilités de distribuer ces neuf personnes autour de ces deux tables ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt