

L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et obligatoires et réparties sur deux pages

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15points

Exercice 1 : 04,75points

Soient I et J deux points distincts du plan tels que $IJ = 10cm$, K le milieu de $[IJ]$ et M un point du plan et L le barycentre du système $\{(I, 2); (J, 2); (K, 4)\}$.

1. Montre que $\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MJ} = MK^2 - \frac{IJ^2}{4}$ **1pt**
2. Déduis l'ensemble (E) des points M tels que $\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MJ} = -25$. **0,5pt**
3. Détermine l'ensemble (F) des points M tels que $\|2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MJ} + 4\overrightarrow{MK}\| = 24$. **0,75pt**
4. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$; on donne $I(5; 1)$, $J(-1; 9)$ et $K(0, 1)$; soit (H) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que $(2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MJ} + 4\overrightarrow{MK}) \cdot \overrightarrow{MK} = 0$
 - (a) Détermine les coordonnées de L . **0,75pt**
 - (b) Détermine une équation cartésienne de (H) . **0,75pt**
 - (c) Déduis la nature et les éléments caractéristiques de (H) . **1pt**

Exercice 2 : 03,25points

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ et (C_h) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Détermine l'ensemble de définition D_h de h . **0,25pt**
2. Calcule les limites aux bornes de D_h . **1pt**
3. Montre que pour tout x de D_h , $h'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$. **0,5pt**
4. Étudie le sens de variations de h et dresser son tableau de variation. **1,5pt**

Exercice 3 : 03,75points

- I. 1) Démontre que $\sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = 1$. **1pt**
2. Déduis que la valeur exacte de $\sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$ est $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$. **0,5pt**
 3. Résous dans $]-\pi, \pi]$ l'équation $\cos \frac{\pi}{12} \sin x = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$. **0,5pt**
 4. Résous dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation : $\sin x - \sin \frac{7\pi}{12} < 0$. **0,75pt**

II. Une urne contient six boules portant le nombre 1, quatre boules portant le nombre $\sqrt{3}$, cinq boules portant le nombre -1 et cinq boules portant le numéro $-\sqrt{3}$ indiscernables au toucher.

On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On note a le nombre porté par la première boule tirée et par b le nombre porté par la deuxième boule tirée. On considère l'équation $(E) : a \cos x + b \sin x = 0$

1. Calcule le nombre de tirages que l'on peut faire pour que $-\frac{\pi}{4}$ soit une solution de (E) . **1pt**

Exercice 4 : 03,75points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + 3}{x + 2} - \sqrt{x + 1}$

1. Détermine D_f . **0,5pt**
2. Étudie la continuité de f sur l'intervalle $[0, +\infty[$. **1pt**
3. Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[0, 3]$. **0,75pt**
4. On suppose que f ne s'annule pas sur les intervalles $[0, 1]$ et $[3, 8]$. Détermine en justifiant le signe de $f(x)$ sur ces intervalles. **1pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

05points

Situation :

Monsieur BANG est un jeune entrepreneur camerounais, propriétaire d'une chaîne de télévision dénommée *ATV* dont le chiffre d'affaire en millions de francs CFA est donné par l'expression littérale : $P(x) = 3x^2 - 24x + 96$; où x désigne la durée (en années) de l'entreprise. Trois ans après la création de son entreprise, Monsieur BANG constate que son chiffre d'affaire a considérablement chuté. Il contacte alors Madame GOPTE, directrice d'une micro finance de la place dans le souci de contracter un prêt. Cette dernière lui exige de relever son chiffre d'affaire à 60 millions de Francs CFA pour bénéficier de son accompagnement. Par ailleurs, pour la détente de ses employés à de heures de pause, Monsieur BANG souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon $5m$ de sa terrasse une piscine. Le technicien lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation donnée par : $(E) : -4(\sin x)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos x + 4 - \sqrt{6} = 0$. Avec $x \in]-\pi; \pi[$

Il souhaite aussi aménager un espace vert autour de la piscine. L'ensemble des points M couverts par le gazon vérifie la relation : $8 \leq \|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \leq 12$ où A, B et C sont des points tels que : $AB = AC = BC = 6m$.

Tâches :

1. Combien d'années M. BANG devra-t-il encore attendre pour que ce prêt lui soit accordé? **1,5pt**
2. Quelle est la surface de cette piscine? **1,5pt**
3. Quelle est la surface de l'espace vert autour de la piscine? **1,5pt**

Présentation :

0,5pt