



ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15points

Exercice 1 : 05 points

1. Définir : **Mesure en radian d'un angle, Point image d'un nombre réel sur le cercle trigonométrique.** (1 pt)
2. Convertir en degré la valeur $\frac{5\pi}{6}$ rad. (0.25 pt)
3. Convertir en radian la valeur 135° . (0.25 pt)
4. On considère les points R, S et T , images respectives des réels $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{3\pi}{4}$ sur le cercle trigonométrique.
Déterminer les coordonnées des points R, S et T . (1.5 pt)
5. Soit $\alpha = \frac{2002\pi}{3}$ et $\beta = -\frac{370\pi}{3}$.
Justifier que les angles α et β sont opposés. (1 pt)
6. Sachant que $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$ et que $\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$,
Calculer la valeur exacte du nombre réel :

$$B = -\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 2\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 3\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right).$$
 (1 pt)

Exercice 2 : 04.5 points

1. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \cos^2 x + \sin^2 x = 1$. (1 pt)
2. Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$, tel que $\cos x = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$.
 - (a) Calculer $\sin x$ et $\tan x$. (1 pt)
 - (b) Calculer $\tan^2 x - \sin^2 x$. Puis déduire que $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \times \sin^2 x$. (1 pt)
3. On pose $P(x) = \cos^4 x - \sin^4 x - 2 \cos 2x + 1$.
 - (a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = 0$. (0.75 pt)
 - (b) En déduire la valeur numérique de P pour $x = \frac{5\pi}{6}$. (0.5 pt)
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin x \cos x$. (0.5 pt)

Exercice 3 : 05.5 points

I. Dans l'ensemble \mathbb{Z} des nombres entiers relatifs, on définit une loi notée * par :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2, \quad a \perp b = a + b - ab.$$

Soit $G = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, on définit une loi de composition interne $*$ dans G par : $\forall (a, b) \in G^2, \quad a * b = a + b - ab$.

1. Définir : **Loi de composition interne.** (0.5 pt)
2. Montrer que \perp est une loi de composition interne dans l'ensemble \mathbb{Z} . (0.5 pt)
3. Calculer les composés $(2) \perp (-1), (-5) \perp (-1)$. (0.5 pt)
4. Montrer que la loi $*$ est commutative et associative. (1.5 pt)
5. Démontrer que 0 est l'élément neutre de G pour $*$, puis déduire le symétrique de a dans G pour la loi $*$. (0.75 pt)

II. Soit g , la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.

1. Vérifier que pour tout réel x , on a : $g(x) = -(x - 3)^2 + 4$. (0.5 pt)
2. Montrer que 4 est le maximum de g sur \mathbb{R} . (0.5 pt)
3. Donner le tableau de variation de g sur l'intervalle $[-6, 6]$. (0.75 pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

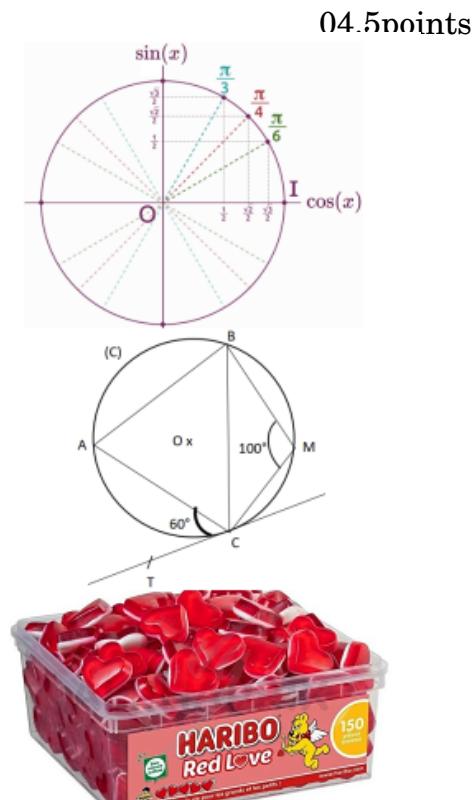
Ayant assimilé bien le cours sur les angles inscrits et orientés, les élèves d'une classe de 2ndeC désirent embellir la devanture de leur classe sous la supervision de leur professeur de mathématiques.

Le professeur établit un plan différent pour les garçons et pour les filles.

Il construit un cercle trigonométrique d'unité 4 mètres et demande aux garçons de placer sur ce cercle les réels : $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, -\frac{5\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{6}$, puis de calculer l'aire du polygone obtenu.

Quant aux élèves filles de 2ndeC, elles veulent planter des roses. Le professeur leur propose la figure ci-contre où (C) est un cercle de centre O et souhaite que l'aire du triangle ABC soit réservé pour les 40 pieds de roses qu'elles ont achetés. $AC = 5m$.

Fière d'eux pour cette belle initiative, leur professeur de mathématiques décide de leur faire une surprise s'ils réussissent en partageant équitablement un paquet de bonbons contenant 360 bonbons. Au moment du partage, si 12 élèves de la terminale C s'ajoutent, la part de chacun se verra diminuer d'un bonbon.



1. Quelle est la surface réservée au projet des garçons ? (1.5 pt)
2. Les pieds de roses répondront-ils aux besoins des élèves filles ? (1.5 pt)
3. Combien d'élèves de la 2ndeC ont participé à ce magnifique projet ? (1.5 pt)

Présentation :

0,5 point.

"La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques." - Blaise Pascal