

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15points

Exercice 1 : 05 points

On tire trois boules simultanément et au hasard d'une urne contenant trois boules blanches, quatre boules bleues et trois boules rouges. On suppose l'équiprobabilité des tirages. Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. Quelle est la probabilité d'avoir une boule de chaque couleur ? (0,5 pt)
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches obtenues.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de X (0,75 pt)
 - (b) Calculer l'espérance mathématique de X et son écart-type. (0,75 pt)
3. Pour gagner, il faut tirer au moins deux boules blanches, mais on estime qu'un joueur sur quatre est tricheur et qu'un tricheur gagne avec une probabilité égale à $\frac{1}{3}$. On note T l'événement « Être tricheur » et G l'événement « Gagner au jeu ».
 - (a) Définir l'événement contraire de T , puis calculer la probabilité $P(G/\bar{T})$ En déduire la probabilité de l'événement $G \cap \bar{T}$ (0,75 pt)
 - (b) Calculer la probabilité de $G \cap T$. (0,5 pt)
 - (c) Démontrer que la probabilité de l'événement G est $\frac{53}{240}$ (0,75 pt)
 - (d) Calculer la probabilité qu'une personne qui a gagné soit tricheur. (0,25 pt)

Exercice 2 : 05 points

I) Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses vous sont proposées dont une seule est exacte. Écrire le numéro de la question sur votre feuille de composition suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte. (0,75pt × 2 = 1,5pt)

1.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln(x^2 + 1)}$ est égale à : a) $-\infty$; b) $+\infty$; c) 0; d) $\ln 2$.

2.- Soit f la fonction définie sur $K =]0; +\infty[$ par $f(x) = -1 - \frac{1}{x}$. La primitive de f sur K qui prend la valeur 0 en 1 est définie par : a) $F(x) = -1 - x^2 - \ln x$; b) $F(x) = 1 - x - \ln x$; c) $F(x) = 1 - x + \ln x$; d) $F(x) = 1 + x - \ln x$.

II) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives : $Z_A = -2$; $Z_B = i$; $Z_C = 1 - i$.

- 1-a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $Z = \frac{Z_B - Z_A}{Z_B - Z_C}$ (1 pt)
b-) En déduire la nature exacte du triangle ABC (0,5 pt)

2.- On considère l'application f du plan dans le plan qui à tout point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -x + y - 2 \end{cases}$$

- a) Déterminer l'écriture complexe de f . (1 pt)
- b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de f . (1 pt)

Exercice 3 : 05 points

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2(1 - \ln x)$.

1. Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. (1 pt)
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\beta \in]1, 2; 1, 3[$. (0,5 pt)
3. En déduire le signe de g suivant les valeurs de x .
4. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln x}{x}$.
 - (a) Déterminer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$. (0,5 pt)
 - (b) Justifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. (0,5 pt)
 - (c) Dresser le tableau de variation de f .
 - (d) Démontrer que $(D) : y = x - 2$ est asymptote oblique à la courbe de f . (0,25 pt)
5. Étudier la position relative entre la droite (D) et la courbe de f . (0,5 pt)
6. Représenter la courbe de f dans un repère et ses asymptotes. (0,75 pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

04.5points

M. KOLLO est un homme d'affaire très prospère dans la ville de Ndopian. Une étude portant sur les notes de mathématiques X et de français Y des 100 élèves de son collège à l'aide de la méthode des moindres carrés, a montré que les droites de régressions ont pour équations : $y = 0,5x + 7,5$ et $x = 1,8y - 12,4$. Il décide que chaque élève aura une bourse de 50 000 FCFA si la somme des notes de mathématiques est supérieure ou égale à 1200 et 5000FCFA dans le cas contraire.

Une autre étude menée dans sa pâtisserie située dans son collège a établi que pour la semaine suivante le bénéfice en fonction du nombre x de sacs de farine utilisés sera : $f(x) = 2 + (6 - x)e^x$ et M. KOLLO souhaite réaliser un bénéfice maximal.

Le gouvernement camerounais veut construire des routes bitumées pour relier huit villages A, B, C, D, E, F, G et H dans le département du NKAM. Le devis, en centaines de millions de FCFA, de construction de chaque route reliant deux villages entre eux est donné par le tableau suivant :

Trajet	$A - F$	$A - D$	$A - G$	$F - D$	$G - F$	$B - F$	$A - H$	$C - F$	$E - F$	$G - D$
Coût	100	25	5	40	97	7	3	85	52	48
Trajet	$G - H$	$H - C$	$H - E$	$E - D$						
Coût	7	8	12	13						

1. Combien faut-il prévoir au total pour la bourse des 100 élèves du collège ? 1,5pt
2. Combien de sacs de farines faut-il utiliser la semaine suivante ? 1,5pt
3. Proposer au gouvernement un trajet permettant de relier la villa A à la ville B à moindre coût ?