Ministère des enseignements secondaires
COLLEGE LA PREVOAYANCE
BP : 4500 Douala
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Année scolaire 2024-2025
COMPOSITION TRIMESTRE N°2
Classe Tle C
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 03H Coefficient : 7

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 15,5 points

EXERCICE 1 4pts

I. Pour chacune des questions, trois réponses vous sont proposées. Sur votre feuille, écrire le numéro de la question suivie de la lettre qui correspond à la bonne réponse. **1pt+0,5pt+0,5pt+0 ,5pt= 2,5pt**

Questions	Réponse **a**	réponse **b**	réponse **c**
1) On a dans le plan complexe les points A,B et C d'affixe respectives $a = -1 - 2i, b = 1 + i$ et $c = 4 - i. s$ désigne la similitude de centre A transformation B et C. l'expression analytique de s est :	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$
2) La forme algébrique de $(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}})^{1999}$ Est :	$\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$
3) $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors les racines cubiques de 1 sont :	$1, J$ et J^2	$1, -J$ et J^2	$1, J$ et $-J^2$
4) Soit le nombre complexe $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors on a :	$J^2 = \bar{J}$	$1 + J + J^2 = 0$	$J^3 = 1$

II. 1) Démontre par récurrence que :$\forall n \in \mathbb{N}^*, 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17 0,5pt
2) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4;\ 2^n \geq n^2$ 0,5pt
3) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*;\ \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 0,5pt

EXERCICE 2 4 PONTS

L'espace $\mathscr{E}$ est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. $\mathscr{W}$ est l'ensemble des vecteurs de $\mathscr{E}$. On considère les points $A(3;-2;2), B(6;1;5), C(6;-2;-1)$ et φ l'endomorphisme de $\mathscr{W}$ qui, à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, associe $\varphi(\vec{u}) = (2x+2y)\vec{i} - (x+y)\vec{j} + z\vec{k}$.

1. Donne une équation cartésienne du plan (ABC). **0,5pt**
2. Détermine l'expression analytique du demi-tour d'axe (AC). **1pt**
3. **(a)** Ecris la matrice de l'endomorphisme φ dans la base $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. **0,5pt**
   (b) Détermine $\ker\varphi$ et $\mathrm{Im}\,\varphi$; donne une base de chacun d'eux. **1pt**
4. On pose $\vec{e_1} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{e_2} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Montre que $\mathscr{B} = \left(\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{k}\right)$ est une base de $\mathscr{W}$. **0,5pt**
5. Détermine la matrice de φ dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**

EXERCICE 4 3.5 POINTS

On considère la fonction g dérivable ℝ sur et définie par : $(x) = (1 - x)e^{1-x} - 1$
1) a. Justifier que la limite de g en $+\infty$ est -1. **(0.5pt)**
b. Déterminer la limite de g en $-\infty$. **(0.25pt)**
2) a. Démontrer que pour tout x élément de ℝ, $g'(x) = (x - 2)e^{1-x}$. **(0.5pt**
b. Etudier les variations de et dresser son tableau des variations. **(0.75pt)**
3) a. Montrer que l'équation $(x) = 0$ admet une unique solution α. **(0.75pt)**

b. Justifier que $0.4 < \alpha < 0.5$. **(0.25pt)**
4) Déduire le signe de (x) suivant les valeurs de x. **(0.5pt)**

EXERCICE 3 **4.25 POINTS**

Soit g_n la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g_n(x) = x - n + \frac{n}{2}\ln x$ où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. **(a)** Etudie les variations de g_n. **0,75pt**
   (b) Déduis-en l'existence d'un réel positif α_n unique tel que $g_n(\alpha_n) = 0$. **0,5pt**
   (c) Montre que $1 < \alpha_n < e^2$ et que : $\ln(\alpha_n) = 2 - \frac{2}{n}\alpha_n$. **0,5pt**
   (d) Exprime $g_{n+1}(\alpha_n)$ en fonction de α_n et de n. Déduis-en que $\alpha_{n+1} > \alpha_n$. **0,5pt**
2. **(a)** Montre que la suite de terme général α_n est convergente. On note l sa limite. **0,5pt**
   (b) Détermine $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(\alpha_n)$ et en déduis-en l. **0,5pt**
3. A l'aide d'une intégration par parties, calcule $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}dx$. **0,5pt**
4. Montre que $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\pi}{4}$. **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 4.5 points

Situation :

Un camion qui consomme 20 litres de carburant par 100 km n'a dans son réservoir que 30 litres de carburant pour cinq jours. Il doit partir chaque matin d'un centre C , faire le tour des 5 quartiers Q1, Q2, Q3, Q4 et Q5 pour vider les bacs à ordures. Les routes reliant ces quartiers sont mentionnées sur le schéma 1 par des segments pondérés des longueurs en km. Ces ordures sont déversées dans une fosse et ensuite, le camion retourne au centre C. Cette fosse a la forme d'un pavé droit de hauteur 12m. Le constructeur de ce pavé a établi que l'aire de la base est égale à celle de la partie du plan constituée des point M(x; y) tels que {0 0≤≤f(xx)≤≤4 y dans un repère orthonormé de 3 m comme unité sur les axes où f est la fonction définie sur ℝ par $f(x) = xe^x$. Le dépôt moyen annuel d'ordures dans cette fosse est de 4960 m3. La péremption de cette fosse a lieu à la fin de la quatrième année d'utilisation. Le chauffeur de ce camion est payé selon son indice qui change tous les deux ans, suivant le tableau 1 ci-dessous. Il a 2 ans de service en janvier 2022 Il voudrait entamer la fondation de sa maison dès que son salaire mensuel aura atteint 240.000F. Il tient à ce que la construction de cette maison soit faite par son fils qui quitte le pays dans 16 ans. Un point d'indice correspond à 187,25 F et tout projet est fait à partir de la méthode Mayer.

Tâches :

1. Cette quantité de carburant permettra-t-elle faire cinq jours de travail ? **1,5pt**
2. Cette fosse pourra-t-elle contenir tous les déchets jusqu'à sa date de péremption ? **1,5pt**
3. Son fils pourra-t-il effectuer ces travaux avant de quitter le pays ? **1,5pt**

Schéma 1

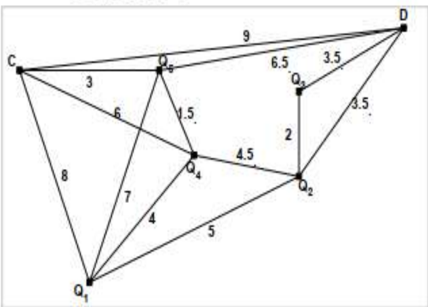

Tableau 1

Année	2012	2014	2016	2018	2020	2022
Numéro d'avancement (x_i)	0	1	2	3	4	5
Nombre de points d'indice (y_i)	465	530	605	665	715	785

Presentation :0.5pt