**Ministère des Enseignements Secondaires**
**Délégation Régionale du Centre**
**Inspection Régionale de Pédagogie des Sciences**

**BACCALAUREAT BLANC REGIONAL**
**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**
**Série: D Durée: 4 h Coef : 4**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points**

**Exercice 1 : 3,75 points**

**A/** On considère les intégrales $I = \int_0^{\pi} 2x\cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\pi} 2x\sin^2 x dx$.

1) Calculer $I + J$. **0,5pt**
2) Montrer que $I - J = \int_0^{\pi} 2x\cos 2x dx$. **0,25pt**
3) En utilisant une intégration par parties montrer que $I - J = -1$. **0,75pt**
4) En déduire les valeurs exactes de $I$ et $J$. **0,5pt**

**B/** On considère la série double $(X, Y)$ dont une équation de la droite de régression de $y$ en $x$ est $y = 1,6x + 2$ et une équation de la droite de régression de $x$ en $y$ est $x = 0,6125y - 1,125$.

1) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. **0,75pt**
2) Sachant que l'écart type de X est $\sigma_X = 2,5$, déterminer $Cov(X, Y)$, la covariance de la série double $(X, Y)$ et le coefficient de corrélation linéaire. **1pt**

**Exercice 2** : **4,75 points**

Soit $f$ la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-2x + 1)e^{-x}$, $(C_f)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité sur les axes1 cm.

1) Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**
2) En déduire une équation d'une asymptote à $(C_f)$. **0,25pt**
3) Montrer que $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$, puis donner une interprétation graphique de ce résultat. **0,5pt**
4) Calculer la dérivée $f'$ de $f$, puis dresser le tableau des variations de $f$. **0,75pt**
5) Construire soigneusement la courbe $(C_f)$. **0,75pt**
6) En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(C_f)$, les axes du repère et la droite d'équation $x = 2$. **1pt**
7) Montrer que $f$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 2y' + y = 0$. **0,5pt**
8) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'' + 2y' + y = 0$. **0,5pt**

**Exercice 3** : **3,5 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-i$, $4 + i$ et $4 - i$. On considère la transformation plane $F$

dont l'écriture complexe est $z' = 2iz - 2 - i$. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E) : $z^3 - (8-i)z^2 + (17-8i)z + 17i = 0$.

1) Montrer que $z^3 - (8-i)z^2 + (17-8i)z + 17i = (z+i)(z^2 - 8z + 17)$. **0,5pt**
2) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E). **0,75pt**
3) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $F$. **1pt**
4) Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe de centre C qui transforme B en A. **0,75pt**

**Exercice 4 : 3 points**

1) On lance successivement 8 fois de suite et de manière indépendante un dé cubique équilibré dont les faces portent les numéros de 1 à 6. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus une fois le numéro 2 ? **0,75pt**
2) Un sac contient 3 jetons verts portant les numéros de 1 à 3, 4 jetons rouges portant les numéros de 1 à 4 et 2 jetons jaunes portant les numéros de 1 et 2. Tous ces jetons sont indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 jetons du sac.

a) Calculer la probabilité d'obtenir trois jetons de couleurs différentes deux à deux. **0,5pt**
b) Sachant que les jetons tirés portent le numéro 2, quelle est la probabilité qu'ils soient de couleur rouge ? **0,5pt**
c) On considère la variable aléatoire X qui à chaque tirage de trois jetons, associe le nombre de jetons jaunes obtenus. Déterminer la loi de probabilité de X. **1,25pt**

**PARTIE B : Evaluation des compétences : 5 points**

Walo originaire de la région de l'extrême nord a un jardin dont la forme est rectangulaire en saison sèche. En saison des pluies, une rivière traverse ce jardin en réduisant légèrement les dimensions sur une longueur. Un géomètre a représenté sur un plan muni d'un repère orthonormé dont 1cm représente 10 dam ce jardin. En saison des pluies, ce jardin est délimité par les deux axes du repère, la droite d'équation $x = 20$ et la courbe d'équation $y = 4 + \ln(x + 20)$ qui représente la trajectoire de la rivière.

Walo cultive des champignons dans une partie de son jardin. Une étude faite par un responsable de suivi a établi que la production d'une année à l'année suivante augmente de 5%. En 2022 Walo a produit 12 000 champignons.

Pour augmenter sa production, Walo a contacté un chercheur en agronomie spécialisé dans la culture du champignon. Ce dernier après des études en laboratoire, lui a conseillé d'utiliser un type de bactéries. Le taux d'accroissement de ces bactéries à chaque instant est proportionnel au nombre de bactéries à chaque instant et on a obtenu $5 \times 10^8$ bactéries après 3h et $10^{10}$ bactéries après 5h.

**Tâches** :

1) A partir de quelle année on comptera plus de 20 000 champignons ? **1,5pt**
2) Déterminer l'aire de ce jardin. **1,5pt**
3) Déterminer le nombre initial de bactéries dans ce laboratoire. **1,5pt**

**Présentation :** **0,5pt**