Ministère des Enseignements Secondaires
Inspection Générale des Enseignements
Inspection chargée de l'enseignement des sciences

Baccalauréat Blanc
Session **: 2023**
Séries **: D et TI**
Épreuve **: MATHEMATIQUES**
Durée **: 4 heures**
Coefficient **: 4**

Cette épreuve étalée sur deux pages, est constituée de deux parties indépendantes.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $2z^3 - 9z^2 + 14z - 10 = 0$.

1) **a)** Démontrer que si z_1 est une solution de (E), alors $\overline{z_1}$ en est une autre. **(0,5 pt)**
b) Démontrer que l'équation (E) admet une solution réelle x_0. **(0,5 pt)**
c) Vérifier que $1 - i$ est une des trois solutions de (E). **(0,5 pt)**
d) Déterminer alors l'ensemble des solutions de (E). **(1 pt)**

2) Soient A et B les points du plan d'affixes respectives $z_A = 1 + i$ et $z_B = 1 - i$.
a) Placer les points A et B dans le repère et démontrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle. **(1 pt)**
b) Soit s la similitude directe d'expression complexe : $z' = \frac{1}{2}(1 - i)z + i$.
(i) Quels sont les éléments caractéristiques de la similitude s ? **(1 pt)**
(ii) Quelle est l'image de la droite (d) d'équation $x = 1$ par la similitude s ? **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (5 points)

Les lapins de l'éleveur GHAME sont bien nourris et ont une croissance que beaucoup d'observateurs avertis ont taxé de régulière pendant les 18 premiers mois de vie. Voici le tableau donnant les poids d'un lapin en fonction de ses différents âges :

Âges X (en mois)	2	4	6	8	10	12
Poids Y (en Kg)	1	1,3	2,2	2,5	3,2	3,3

1) Représenter le nuage des points associé à cette série statistique. **(1,5 pt)**
2) Déterminer une équation de la droite de Mayer associée à cette série. **(2 pts)**
3) Utiliser cette droite pour estimer le poids de ce lapin lorsqu'il aura 15 mois d'âge. **(0,5 pt)**
4) Dix lapins de cet élevage rivalisent au niveau du poids maximal. De ces dix lapins, six sont d'une race A et les quatre autres d'une race B. Trois de ces lapins sont (successivement) choisis au hasard par cet éleveur pour le comice agropastoral. Quelle est la probabilité pour que chacune des deux races soit représentée ? **(1 pt)**

Exercice 3 : (5 points)

Soit f la fonction numérique de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x - x\ln x$.
$(\mathcal{C}_f)$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$: $2\,cm$ pour une unité.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$. **(0,75 pt)**
2) **a)** Quelle est la limite de f à droite en 0 ? **(0,25 pt)**
b) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$. **(0,25 pt)**
3) Démontrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet en $+\infty$, une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. **(0,25 pt)**

4) Démontrer que f est croissante seulement sur $]0;1]$ et dresser son tableau des variations. **(1,5 pt)**

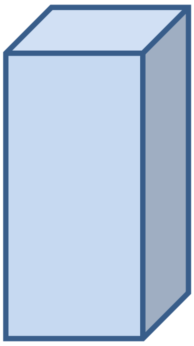
5) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-0}{x-0}$. **(0,25 pt)**

6) Tracer avec soin la courbe $(\mathcal{C}_f)$. **(1 pt)**

7) À l'aide d'une intégration par partie, calculer $\int_{0,5}^{1} x\ln x \, dx$. **(0,75 pt)**

<u>PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)</u>

<u>Situation :</u>



Une entreprise fabrique des caisses spéciales ayant chacune la forme d'un parallélépipède rectangle de volume $128\ dm^3$, de base carrée de côté $x\ dm$ avec $3 \leq x \leq 5$. Le fond de la caisse (ou sa base) et le couvercle sont faits avec une matière M coûtant $50\ F$ le dm^2. Les faces latérales sont faits avec une matière M' coûtant $25\ F$ le dm^2. Les zones de contact des différentes faces au niveau des arêtes sont négligeables.

L'entreprise est intéressée par les masses $m(x)$ des caisses fabriquées. L'épaisseur de chaque face est $1\ mm$. La matière M a une masse volumique de $1,2\ kg/dm^3$. La matière M' a une masse volumique de $1\ kg/dm^3$.

Chaque caisse sort des machines complètement montée à une température de 70°C et atterrit immédiatement dans une grande salle de température ambiante 0°C où elle ne sera prête à l'utilisation que lorsque sa température passera en bas de 30°C.

Les frigoristes savent que d'après la loi de refroidissement de Newton, dès l'introduction d'une telle caisse dans cette salle, leurs vitesses de refroidissement $\theta'(t)$ aux dates $t \geq 0$ (instant d'arrivée de la caisse dans la salle), sont proportionnelles à leurs températures correspondantes $\theta(t)$ en °C. Le temps t est en minutes et la température de la caisse à la date $t = 0$ est 70°C. On a constaté que cette dernière passe à 60°C cinq minutes après le début du refroidissement.

<u>Tâches :</u>

1) Déterminer les dimensions de la caisse permettant de minimiser le coût de fabrication de chaque caisse. **(1,5 pt)**

2) Quelle est la masse moyenne des différentes caisses vides? **(1,5 pt)**

3) Après combien de minutes de séjour de la caisse dans la salle, peut-on l'enlever pour son utilisation ? **(1,5 pt)**

<u>Présentation :</u> **(0,5 pt)**