



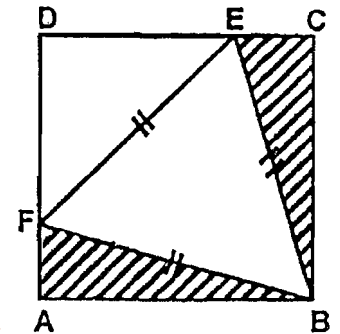
L'épreuve comporte quatre (04) exercices et une situation problème répartis sur deux pages

PARTIE A : Evaluation des Ressources (15,5 points)

EXERCICE 1: / 5 Points

ABCD est un carré de côté 10 cm. On y construit un triangle équilatéral BEF tel que les points E et F appartiennent respectivement aux segments [CD] et [AD].

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 40x + 100 = 0$ 0,5pt
2. Démontrer que les triangles BEC et BAF sont isométriques.
En déduire que $EC = AF = x$. 0,5pt
3. Montrer que l'aire du triangle DEF est égal à la somme des aires des triangles BEC et BAF si et seulement si x vérifie l'équation $x^2 - 40x + 100 = 0$.
En déduire la valeur exacte de $[EC]$. 1pt
4. Démontrer que le triangle DEF est isocèle En déduire $\widehat{DEF}$ et $\widehat{BEC}$ 0,75pt
5. a et b sont deux nombres réels tel que $a + b \neq \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
a) Démontrer que $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$. En déduire que $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = 2 + \sqrt{3}$. 1pt
b) Déterminer $\tan \widehat{BEC}$ en fonction de x et en déduire la valeur exacte de x . 0,5pt
6. Reproduire le triangle EFB direct, inscrit dans le cercle (C) de diamètre [EG].
En déduire la nature et les caractéristiques de la transformation $S_{(BG)} \circ S_{(EF)}$. 0,75pt



EXERCICE 2: / 4,5 Points

Soit le polynôme $p(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ et $x \in \mathbb{R}$.

- I. Donner la forme canonique de $p(x)$ et en déduire que si $b^2 - 4ac \geq 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$ que l'on précisera. 0,75pt
- II. Soit E un espace vectoriel de dimension deux. On note $L(E)$ l'ensemble des applications linéaires de E vers E. On rappelle que $L(E)$ muni de l'addition et de la multiplication par un réel est un espace vectoriel réel. On note θ et Id respectivement l'application nulle et l'application identité de $L(E)$. On peut aussi munir $L(E)$ de la composition des applications. On posera $f^2 = f \circ f$. Soit P l'application de $L(E)$ vers $L(E)$ définie par :
 $P : L(E) \rightarrow L(E)$
 $f \mapsto P(f) = af^2 + bf + cId$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$ avec $a \neq 0$.
1. Montrer que l'application P est linéaire. 0,5pt
2. Démontrer que si l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet au moins une solution réelle, alors il existe au moins une application f de $L(E)$ dont-on précisera telle que $P(f) = \theta$. 0,5pt
3. Soit f un élément de $L(E)$, tel que $af^2 + bf + cId = \theta$.
a) Démontrer que si $a = 1$ et $c \neq 0$ alors f est bijective, puis préciser son inverse f^{-1} en fonction de f et Id . 0,5pt
b) Peut-on avoir $a = 1, c = 0$ et f bijective ? Justifier votre réponse. 0,5pt
c) On suppose $af^2 + bf + cId = \theta$ et $a = 1$. Démontrer que si $f^2 = Id$, alors $|a| = |a + 1|$. 0,5pt
- III. Un dé cubique parfait noté B a deux faces numérotées 1, deux faces numérotées 3 et deux faces numérotées 5. Un autre dé cubique parfait noté C a trois faces numérotées 2, une face numérotée 4 et deux faces numérotées 6. On lance simultanément les deux dés, le numéro apparu sur la face supérieure du dé B est noté « b » et celui du dé C est noté « c ».
On forme ainsi le polynôme $p(x) = ax^2 + bx + c$ où $a = 1$ et $x \in \mathbb{R}$.
1. Combien de polynômes $p(x)$ peut-on obtenir en tout ? 0,75pt
2. Combien de polynômes $p(x)$ admettant deux racines distinctes peut-on obtenir ? 0,75pt

EXERCICE 3: / 4 Points

Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{(ax+1)^2}{2x-b}$, où a et b sont des réels fixés.

1. Déterminer les valeurs numériques a et b de telle sorte que la courbe représentative (C) de f présente un minimum m et un maximum M respectivement pour $x = 3$ et $x = -1$. 1,5pt
2. a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}(x+3) + \frac{2}{x-1}$. 0,25pt
 - b) Calculer les limites de f sur son ensemble de définition. 1pt
 - c) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f sur D_f . 1pt
 - d) Montrer que (D) : $y = \frac{1}{2}(x+3)$ est asymptote à (C) en $+\infty$ et $-\infty$. 0,5pt
3. Construire (C) dans un repère orthonormé d'unité d'axe $2cm$. 1pt

PARTIE B : EVALUATIONS DES COMPETENCES / 4,5 points

Le Directeur de votre collège sollicite les salles de cours. A cet effet, il dispose de 6 matières pour établir les emplois de temps dans ces différentes salles. Les différentes matières avec les horaires de cours sont réparties dans le tableau 1.

Pour confectionner les tablettes de chocolat, un groupe d'élèves achète 75 000g de chocolat qu'il paie 850F. Ce groupe conçoit au maximum 3 fois plus de tablettes de 50g que de tablettes de 100g. Il confectionne au plus 500 tablettes de 100g. Le groupe d'improvisation prévoit vendre 2F la tablette de 50g et 3,50F la tablette de 100g.

Dans ce collège, la répartition des élèves d'une classe de Première est la suivante: 35% des élèves sont en Première L ; 40% des élèves sont en Première ES et le reste est en Première S. De plus, 80% des élèves de la série L sont des filles ; $\frac{3}{5}$ des élèves de S sont des garçons ; la répartition est équilibrée en séries ES. A la sortie, on rencontre un élève de Première.

Tâche 1 : Combien de salles le Directeur a-t-il besoin pour faire tous ces cours ?

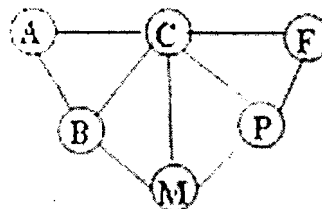
Dresser le planning des cours dans chacune des salles retenues 1,5pt

Tâche 2 : Quel est le profit maximal que le groupe d'élèves peut espérer faire avec la vente des tablettes de chocolat ? 1,5pt

Tâche 3 : Compléter les tableaux 2 et 3 et déterminer le nombre de rencontres pour que l'élève rencontre soit une fille de Première S ou de Première ES. 1,5pt

Anglais	8h-9h
Biologie	8h-10h
Chimie	8h30-15h
Mathématiques	9h30-13h
Physique	12h-14
Français	13h30-15h

Tableau 1



Graphique du tableau 1

Série L : 35%	Fille : 80% garçons :
série ES : 40%	Fille : garçons :
Série S :	Filles : garçons :

Tableau 2

Série	L	ES	S	Total
Filles				
Garçons				
Total				

Tableau 3

Présentation

0,5pt