COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2024-2025
Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC N°1	MAI 2025
	ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES	
Niveau : 1^{ere} C&CE	Durée : 3 Heures	coefficient : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,00 points)

EXERCICE 1 : (05,00 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath};\ \vec{k})$.

I/ On considère les points $A(-3;0;1)$, $B(-2;5;1)$, $C(1;\ -1;\ 2)$ et $I(3{,}0;\ 3)$. Soit G l'isobarycentre des points A, B et C. On note (Q) le plan médiateur du segment $[OG]$.

1) Montrer que G a pour coordonnées $\left(-\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$. **0,5pt**

2) Montrer qu'une équation cartésienne de (Q) est : $-x+y+z-2=0$. **0,5pt**

3) On considère l'ensemble (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-6x-6z-7=0$.

   a) Montrer (S) est la sphère de centre I et de rayon 5. **0,5pt**

   b) Démontrer que le plan (Q) coupe (S) suivant un cercle que l'on caractérisera. **1pt**

II/ Soit θ un réel de l'intervalle] 0 ; π[. Soient les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ d'équations cartésiennes respectives : $\left(\frac{1}{1-\cos\theta}\right)x+(1+\cos\theta)y-(\sin\theta)z-\cos\theta=0$ et $(\sin\theta)x-\frac{1}{\sin\theta}y+1=0$.

1) Démontrer que quelque soit $\theta\in\,]0;\pi[$, les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont perpendiculaires. **0,5pt**

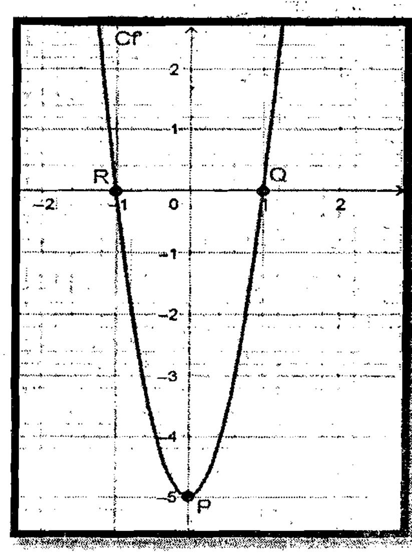
2) Déterminer les valeurs de θ pour lesquels le point $A(1;-1;0)$ appartient à $(\mathcal{P})$. **0,5pt**

3) On suppose dans la suite que $\theta=\frac{\pi}{2}$. On note (D) la droite d'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$.

a) Donner une représentation paramétrique de la droite (D). **0,75pt**

b) Calculer la distance du point A à la droite (D). **0,75pt**

EXERCICE 2 : (05,00 points)



I/ La courbe $(C_{f'})$ ci-contre est celle de la fonction dérivée d'une fonction numérique f definie de ℝ de ℝ. Elle passe par les points $P(0;\ -5)$, $Q(1;0)$ et $R(-1;0)$.

1) Déterminer en justifiant, le sens de variation de la fonction f. **0,75pt**

2) Déterminer en justifiant, le nombre d'extremums de f. **0,5pt**

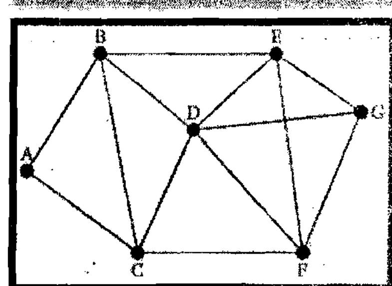
3) On suppose que $f(x)=ax^3+bx+c$ et on donne $f(0)=-1$.

   a) Démontrer clairement que $a=\frac{5}{3}$; $b=-5$ et $c=-1$. **0,75pt**

   b) Dresser le tableau de variation de f sur ℝ. **0,75pt**

   c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[1{,}8;1{,}9]$. **0,5pt**

4) Dans cette question, on admet que les valeurs approchées des solutions dans ℝ de l'équation $f(x)=0$ sont : $-1{,}6$; $-0{,}20$ et $1{,}82$. En utilisant ces valeurs, tracer l'allure de la courbe (C_f) de la fonction f dans un repère orthonormé. **0,5pt**



II/ **On considère le graphe ci-contre.**

1) Ce graphe est-il simple ? **0,25pt**

2) Ce graphe est-il complet ? justifier votre réponse. **0,5pt**

3) Montrer que ce graphe vérifie le lemme des poignées de main. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (05,00 points)

I/ ABC est un triangle équilatéral de sens direct. r_1 désigne la rotation de centre A et d'angle

sujeteka.com

$\frac{\pi}{3}$; r_2 la rotation de centre B et d'angle $\frac{2\pi}{3}$. On pose $f = r_2 o r_1$ et on note D le symétrique de C par rapport à la droite (AB) et Ω le milieu du segment $[BD]$.

1) Faire une figure illustrant l'énoncé. **0,25pt**

2) Déterminer l'image de B par la transformation f. **0,5pt**

3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. **0,75pt**

II/ E est un vectoriel rapporté à la base $B = (\vec{j}; \vec{k})$. On note h l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{j} + y\vec{k}$ associe le vecteur $h(\vec{u}) = (-2x + 2y)\vec{j} + (x - y)\vec{k}$.

1) Déterminer le noyau $Kerh$ et l'image Imh de h. **1pt**

2) Déterminer les réels a et b tels que les vecteurs $\vec{m} = \vec{j} + a\vec{k}$ et $\vec{n} = b\vec{j} + \vec{k}$ appartiennent respectivement à $Kerh$ et Imh. **1pt**

III/ Chaque semaine, un jeu sportif de loto propose une grille avec 15 rencontres de football. Le jeu consiste à pronostiquer les résultats des 7 premiers matchs de la liste (jeu à 7) ou des 15 matchs (jeu à 15). Pour chaque match, trois réponses sont possibles : l'équipe 1 gagne (réponse « 1 »), les équipes 1 et 2 font match nul (réponse « N »), l'équipe 2 gagne (réponse « 2 »). Le parieur coche une seule des trois cases

1	N	2

1) De combien de façons différentes peut-on remplir une grille pour le jeu à 7 d'une part et pour le jeu à 15 d'autre part ? **0,5pt**

2) Pour le jeu à 7, on « gagne» à partir de 6 réponses exactes et pour le jeu à 15 à partir de 12 réponses exactes. Combien y a-t-il de grilles gagnantes pour le jeu à 7 et pour le jeu à 15 ? **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (05,00 points)

Situation :

La légende raconte que le jeu d'échecs a été inventé en Inde pour le roi Belkib par le sage Sissa. En effet, le roi promit une récompense fabuleuse à la personne qui lui proposerait une distraction qui lui satisferait. Lorsque le sage Sissa lui présenta le jeu d'échecs, le souverain demanda à Sissa ce que celui-ci souhaiterait en échange de ce cadeau extraordinaire. Sissa demanda au roi de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite en doublant le nombre de grain de riz entre une case et la suivante, et ce jusqu'à la 64eme case de l'échiquier. Le roi accorda immédiatement cette récompense. Son conseiller lui expliqua qu'il venait de précipiter le royaume dans la ruine car Sissa réclame l'équivalent de 10 000 années de production mondiale du riz. À cette époque un kilogramme de riz comptait 4 000 grains et la production mondiale de riz était 460 millions de tonnes.

Quelques années plus tard, ce jeu a pris de l'ampleur et devenu très populaire dans plusieurs pays du monde grâce à la création des clubs d'échecs. John, président d'un grand club d'échecs organise chaque année un tournoi composé de plusieurs joueurs expérimentés. Cette année, il désire organiser un tournoi opposant six (06) joueurs parmi lesquels le meilleur joueur de son club et cinq joueurs sélectionnés dans les autres clubs, de telle sorte que chaque joueur joue uniquement un seul match par jour. Aussi chaque joueur doit affronter tous les autres. John aimerait avoir un calendrier des matchs et le nombre de jours nécessaires pour l'organisation de son tournoi.

Une étude menée sur la taille des 70 membres du club de John a donné la série statistique suivante.

Taille en cm	$[135; x[$	$[x; 150[$	$[150; 157[$	$[157; 160[$	$[160; 180[$
Effectif	28	11	10	12	9

La taille médiane de cette série statistique est 148,2 cm.

Tâches :

1) Construire un graphe représentant tous les matchs et proposer dans un tableau, un calendrier à John pour l'organisation de son tournoi. **1,5pt**

2) Le conseiller du roi a-t-il raison ? Justifier clairement votre réponse. **1,5pt**

3) Déterminer la taille moyenne des employés du club de John. **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**

sujetexa.com