

COLLÈGE F.X. VOGT		Année scolaire 2024-2025
Second cycle Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC N°1	Date : 02 Mai 2025 Série : D Durée : 3h ; Coeff : 4

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Partie A : Évaluation des ressources (13 points)

Exercice 1 : 3 points

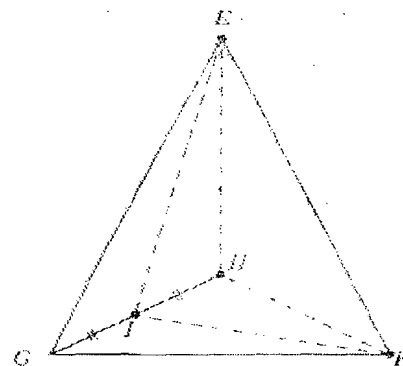
ABC est un triangle équilatéral de 6 cm de côté.

- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels qu'
 $MA^2 + MB^2 = 44$. 1pt
- Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $[-\pi; \pi[$, l'équation $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. 1pt
- À quelle condition de $\theta \in [-\pi; \pi[$, un point G existe comme barycentre des points pondérés
 $(A, 2\cos^2\theta)$; $(B, 1)$ et $(C, -2\sin^2\theta)$? 1pt

Exercice 2: 3 points

I- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A , de sens direct tel que $AB = 4$ cm. Le point I est le milieu du segment $[AB]$ et J le milieu du segment $[AC]$. On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport 2 et par r la rotation de centre A qui transforme I en J . On considère la transformation affine $s = h \circ r$.

- Faire une figure. 0,25pt
 - a) Donner l'angle de r . 0,25pt
b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de s . 1pt
 - Déterminer sur la figure précédente, l'image du point I par s . 0,25pt
- II- $EFGH$ est un tétraèdre régulier (voir figure ci-dessous). Le point I est le milieu de l'arête $[GH]$.
- Démontrer que la droite (GH) est orthogonale au plan (EFI) . 0,75pt
 - En déduire que les plans (EFI) et (EGH) sont perpendiculaires. 0,5pt



Exercice 3: 3 points

Dans une ferme, une observation des poids d'un certain nombre de lapins a donné les résultats consignés dans le tableau ci-après :

Poids (en Kg)	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 6[$
Effectifs	10	14	20	6

- Déterminer le poids moyen de ces lapins. 0,5pt
- Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants pour cette série statistique (prendre en abscisses 1 cm pour 1 Kg et en ordonnées 1 cm pour 10 lapins) 1pt
- Déterminer graphiquement la médiane de cette série. 0,5pt

4. On choisit au hasard et successivement sans remise deux lapins dans cette ferme parmi ceux dont le poids est inférieur à 2 Kg pour les faire vacciner.
- a) Déterminer le nombre de choix possibles que l'on peut faire. 0,5pt
- b) Déterminer le nombre de choix pour lesquels au moins un lapin ait un poids inférieur à 1 Kg. 0,5pt

Exercice 4: 4 points

I- On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$, par $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

- Justifier que f est impaire. 0,25pt
- Justifier que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$. 0,25pt
- Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation sur $]0; +\infty[$. 1pt
- a) Préciser l'élément de symétrie que possède la courbe (C) . 0,25pt
- b) Tracer avec soin (Δ) et (C) sur $\mathbb{R} - \{0\}$. 0,75pt

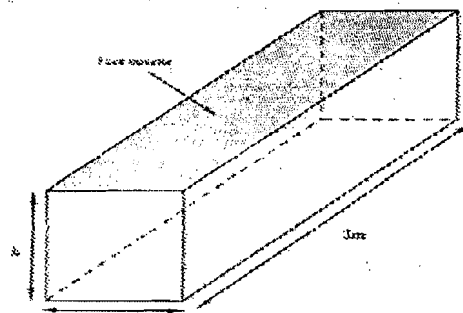
II- Soit la suite (U_n) définie par: $U_1 = \frac{1}{3}$ et pour tout entier naturel non nul n , $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} U_n$.

- Calculer U_2 et U_3 . 0,5pt
- Montrer que la suite de terme général $V_n = \frac{U_n}{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ dont on précisera son premier terme. 0,5pt
- En déduire l'expression de V_n en fonction de n , puis celle de U_n en fonction de n . 0,5pt

Partie B : Évaluation des compétences (7 points)

Situation :

Afin de garantir une réserve d'eau pendant la saison sèche, un jardinier nommé ABOUDI fait la commande d'une citerne métallique ouverte chez un chaudronnier. Cette citerne a la forme d'un pavé droit ouvert sur une face, et dont le volume est de 12 m^3 . Le chaudronnier lui propose la maquette ci-contre, où l'un des côtés de la base mesure 3 m tandis que l'autre côté (x) et la hauteur (h) en mètres sont inconnues (voir figure ci-contre). Afin d'utiliser le moins de peinture pour la protéger contre la rouille, il recommande au chaudronnier de choisir la valeur de x (avec $0 < x < 3$) rendant minimale l'aire totale de la surface externe de cette citerne. Pour obtenir un résultat impeccable, 1 Kg de cette peinture sera appliquée sur 2 m^2 de surface.



Après qu'il ait reçu sa citerne, ABOUDI l'a remplie d'eau aux deux-tiers et l'a ensuite installée à l'air libre sur la cour de son jardin. En période de sécheresse, cette citerne perd d'un jour à l'autre 0,25% du contenu qu'elle avait au début du jour. Après 10 jours de sécheresse, il décide d'arroser ses 75 arbustes avec sa réserve d'eau restante dans la citerne. Il a besoin de 100 L d'eau par arbuste.

ABOUDI est membre d'une association de jardiniers où est instauré des cotisations telles que :

- Chaque membre fait partie exactement de deux cotisations,
- Chaque cotisation comprend exactement trois membres,
- Deux cotisations quelconques ont toujours exactement un membre en commun.

Tâches :

- Quelle est, au dixième près, la quantité de peinture en Kg nécessaire pour protéger la surface totale externe de cette citerne ? 2,25pt
- La réserve d'eau restante dans la citerne sera-t-elle suffisante pour arroser les 75 arbustes ? 2,25pt
- Déterminer le nombre de membres et le nombre de cotisations dans cette association. 2,25pt

Présentation : 0,25pt