

|                                                                                                                                                       |                                                                                  |                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <b>COLLÈGE François-Xavier VOGT</b><br>B.P.: 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28<br>e-mail : <a href="mailto:collegevogt@yahoo.fr">collegevogt@yahoo.fr</a> |  | <b>Année scolaire 2024-2025</b>                    |
| <b>DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES</b>                                                                                                                   | <b>BACCALEAUREAT BLANC</b>                                                       | <b>Situation n°6</b><br><b>Date: 23 AVRIL 2025</b> |
| <b>Niveau: Tle D.</b>                                                                                                                                 | <b>ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>                                                  | <b>Durée : 3H45 Coefficient: 4</b>                 |

## **PARTIE A : Evaluation des ressources (15points)**

### **EXERCICE 1 : 4,25 points**

On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note  $P_i$  la probabilité d'obtenir le numéro  $i$  sur la face supérieure du dé. Ce dé est truqué de sorte que les nombres  $P_1; P_2; P_3; P_4; P_5$  et  $P_6$  constituent dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison  $\frac{2}{3}$ .

- Montrer que  $P_1 = \frac{243}{665}$ , puis déduire  $P_2; P_3; P_4; P_5$  et  $P_6$ . 1,5pt
- Le dé est utilisé pour un jeu de hasard dans les conditions suivantes : l'apparition d'une face portant un numéro pair sur la face supérieure du dé fait gagner 1500 FCFA ; l'apparition d'un numéro impair sur la face supérieure du dé fait perdre 1000 FCFA. Un joueur réalise trois lancers successifs. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur après les trois lancers.
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ . 1pt
  - Déterminer l'espérance mathématique et dire si ce jeu est équitable. 0,5pt
  - Calculer la variance de  $X$ . 0,5pt
  - Déterminer la fonction de répartition. 0,75pt

### **EXERCICE 2 : 4 points**

A) On considère les intégrales  $I$  et  $J$  ci-dessous :

$$I = \int_0^{\pi} e^{-2x} \cos^2 x dx \text{ et } J = \int_0^{\pi} e^{-2x} \sin^2 x dx$$

- Calculer  $I + J$ . 0,5pt
- A l'aide d'une double intégration par parties, calculer l'intégrale  $K = \int_0^{\pi} e^{-2x} \cos 2x dx$  et en déduire  $I - J$ . 1,5pt
- En déduire  $I$  et  $J$ . 1pt

B) On considère une série statistique double ( $X; Y$ ) dont une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  est  $y = 1,6x + 2$  et une équation de la droite de régression de  $x$  en  $y$  est  $x = 0,6125y - 1,125$ .

- Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$ . 0.5pt
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. 0,5pt

### **EXERCICE 3 : 6,75 points**

A) On considère les équations différentielles  $(E): y'' + 2y' + y = -x - 2$  et  $(E'): y'' + 2y' + y = 0$ .

- 1) Montrer que la fonction  $h: x \mapsto -x$  est une solution de l'équation (E). 0,25pt
- 2) Résoudre l'équation (E'). 0,75pt
- 3) Montrer que  $g$  est solution de (E) si et seulement si  $g - h$  est solution de (E'). 0,5pt
- 4) En déduire la solution  $g$  de (E) vérifiant  $g(0) = 1$  et  $g'(0) = -2$ . 0,75pt

B) On considère la fonction  $f$  de courbe (C), définie sur  $\mathbb{R}$  par 
$$\begin{cases} f(x) = 1 - \ln(x^2 + 1) & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = -x + e^{-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Calculer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . 0,5pt
- 2) Etudier la continuité de  $f$  en 0. 0,5pt
- 3) Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0 et en déduire que (C) admet au point d'abscisse 0 deux demi-tangentes (T1) et (T2) dont on précisera une équation cartésienne de chacune. 1pt
- 4) Etude des variations de  $f$ 
  - a- Etudier le sens de variation de  $f$  sur  $]-\infty; 0]$ . 0,5pt
  - b- Etudier le sens de variation de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ . 0,5pt
  - c- Dresser le tableau de variation de  $f$ . 0,25pt
- 5) Justifier que la droite (D) d'équation  $y = -x$  est asymptote à (C) en  $+\infty$ . 0,25pt
- 6) Tracer avec soin (C) ainsi que les droites (T1); (T2) et (D). 1pt

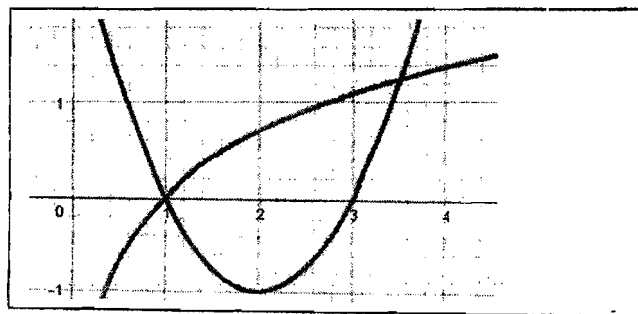
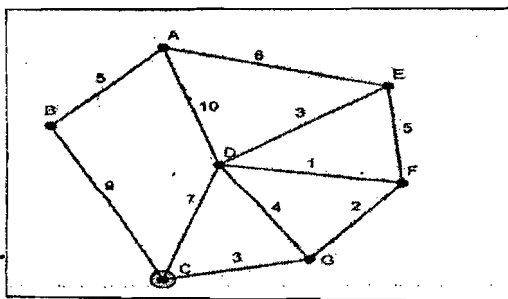
### Partie B : Evaluation des compétences (5 points)

Bouba s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux de l'entreprise de Monsieur Simb. Le graphe ci-contre (voir figure 1) représente les différents parcours (les poids représentent les obstacles : les escaliers, les portes etc). Il doit livrer un courrier en partant du bureau A pour le bureau G.

Monsieur Simb voudrait acheter deux terrains vendus à 5000 FCFA le mètre carré.

Le premier terrain, a la forme d'un triangle rectangle, dans un repère orthonormé dont l'unité graphique est l'hectomètre. L'un de ses sommets est le point d'affixe 2 ; un autre sommet est l'image du point précédent par la similitude directe  $S$  du plan d'écriture complexe  $z' = (1 - i)z + 3i$  et le dernier est le centre de  $S$ .

Le deuxième terrain est délimité par les courbes des fonctions  $x \mapsto \ln x$  et  $x \mapsto x^2 - 4x - 3$  et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=3$  (voir figure 2) dans un repère orthonormé dont l'unité graphique est l'hectomètre



- 1) Déterminer le Chemin qu'il doit prendre en rencontrant le minimum d'obstacles possibles. 1,5pt
- 2) Déterminer le prix de vente du premier terrain. 1,5pt
- 3) Déterminer le prix de vente du deuxième terrain. 1,5pt

**Présentation :** 0,5pt