REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

Edéa, le 09 Mai 2025

EXAMEN : PROBATOIRE BLANC
Série : C Session : Mai 2025
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 6
Prof : T. N AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0;0;1)$, $B(1;1;-2)$, $C(2;-1;1)$ et la sphère $\mathscr{S}$ d'équation cartésienne $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$.

1. Vérifie que $\vec{n}(1;2;1)$ est un vecteur normal au plan (ABC). **0,5pt**
2. Montre qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $x+2y+z-1=0$. **0,5pt**
3. **(a)** Détermine le centre I et le rayon R de la sphère $\mathscr{S}$. **0,5pt**
   (b) Calcule $d\left(I,(ABC)\right)$. **0,5pt**
   (c) Déduis-en que le plan (ABC) coupe la sphère $\mathscr{S}$ suivant un cercle (Γ) dont tu préciseras le centre H et le rayon r. **1pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

A) ALI aimerait inviter 5 amis notés A,B,C,D et E pour son anniversaire, mais certains ne s'entendent pas.

Amis	A	B	C	D	E
Ne s'entendent pas	D	C,D,E	B	A,B,E	B,D

1. Représente la situation à l'aide d'un graphe en reliant deux amis qui ne s'entendent pas. **1pt**
2. **(a)** Ce graphe est-il simple ? complet ? Justifie tes réponses. **0,5pt**
   (b) Combien ALI peut-il inviter d'amis à son anniversaire pour que la fête soit réussie ? **0,25pt**

B) Soit les polynômes P et Q définis par : $P(x)=x^2-\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)x+\frac{\sqrt{3}}{4}$ et $Q(x)=(x-4)P(x)$.

1. Justifie que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{1}{2}$ sont des racines du polynôme P. **0,5pt**
2. Développe et réduis $Q(x)$. **0,5pt**
3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3-\left(\frac{\sqrt{3}+9}{2}\right)x^2+\left(\frac{9\sqrt{3}}{4}+2\right)x-\sqrt{3}=0$. **0,5pt**
4. Déduis de ce qui précède les solutions dans $]0;\pi]$ de l'équation : **0,75pt**

$$(E):\ \sin^3 x-\left(\frac{\sqrt{3}+9}{2}\right)\sin^2 x+\left(\frac{9\sqrt{3}}{4}+2\right)\sin x-\sqrt{3}=0.$$

EXERCICE 3 : (4 points)

I) On donne les matrices suivantes : $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ et $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

1. Calcule A^2 et montre que $A^2-2A=3I_2$. **1pt**
2. Déduis-en que la matrice A est inversible et exprime A^{-1} en fonction de A. **0,5pt**
3. Ecris alors la matrice A^{-1}. **0,5pt**

II) Soit E le plan vectoriel rapporté à sa base canonique $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$. On considère l'endomorphisme f de E tel que $f\left(\overrightarrow{e_1}\right)=\overrightarrow{e_1}$ et $f\left(\overrightarrow{e_2}\right)=\vec{0}$ où $\overrightarrow{e_1}=\vec{i}+\vec{j}$ et $\overrightarrow{e_2}=2\vec{i}+3\vec{j}$.

1. Vérifie que $\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ est une base de E et écris la matrice de f dans cette base. **0,5pt**
2. Montre que $f\left(\vec{i}\right)=3\vec{i}+3\vec{j}$ et $f\left(\vec{j}\right)=-2\vec{i}-2\vec{j}$. **1pt**
3. Soit $\vec{u}'=x'\vec{i}+y'\vec{j}$ l'image de $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ par f. Exprime x' et y' en fonction de x et y. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4 points)

I) $ABCD$ est un carré direct de côté $3cm$. On désigne par E le symétrique de B par rapport à A et par F le symétrique de D par rapport à B. Soit r la rotation qui transforme B en C et C en E. On pose $\varphi=S_{(BC)}\circ S_{(AB)}$ et $g=t_{\overrightarrow{AB}}\circ S_{(AB)}$.

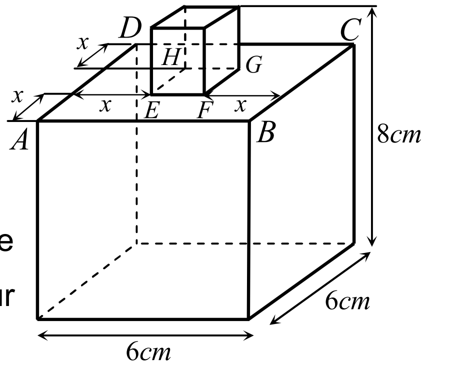
1. Fais une figure et détermine l'image de C par g. **0,75pt**
2. Donne la nature et les éléments caractéristiques de φ. **0,5pt**
3. Montre que r est le quart de tour direct de centre A. **0,75pt**
4. En décomposant astucieusement r, caractérise l'application $\varphi\circ r$. **0,5pt**

II) On lance deux fois de suite un dé cubique dont les faces sont numérotées $1,-1,2,-2,3,4$. On note a le numéro apparu au 1er lancer et b celui du 2ème lancer. On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2+ax+b=0$.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ? **0,5pt**
2. Quel est le nombre de tirages pour lequel (E) admet deux racines de même signe ? **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION :</u>



NANGA est un designer. Il a conçu un flacon pour un parfum composé d'un parallélépipède rectangle de base carrée surmonté d'un cube comme le montre la figure ci-contre. Le cube de base $EFGH$ est placé au centre du carré supérieur $ABCD$. On note x la distance entre les côtés du carré de base $EFGH$ du cube et les côtés du carré $ABCD$. Le flacon a une hauteur totale de $8cm$.

L'entreprise qui fabrique ces flacons propose pour recruter M. BELL deux types de rémunération :
Type 1 : Salaire initial de 120.000 FCFA par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 10.000 FCFA ; **Type 2** : Salaire initial de 110.000 FCFA par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 8%. M. BELL rester dix ans dans cette entreprise.

M. BELL compte s'acheter un terrain. Il contacte un géomètre et celui-ci lui déclare que ce terrain est délimité par l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MP}{MQ}=3$ où P et Q sont deux bornes implantées distantes de $4dam$. Dans cette zone, on vend le mètre carré de terrain à 6.500 FCFA.

<u>Tâches</u> :

1. Quelle est la valeur, en cm^3 arrondie à l'unité, du volume minimal de ce flacon? **1,5pt**
2. Quel contrat conseiller à M. BELL ? **1,5pt**
3. Quelle somme M. BELL doit-il prévoir pour l'achat de ce terrain ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt