

# PREMIER DEVOIR DU PREMIER SEMESTRE

Classe : 1<sup>ère</sup> F4

EPREUVE : PCT

DUREE : 3h

## EXERCICE 1

1) Le plan étant muni du repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  on donne  $A(-2; 2)$ , et les vecteurs :

$$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} \text{ et } \vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$$

a) Démontrer que  $(\vec{u}, \vec{v})$  est une base de  $V$ .

b) Déterminer les coordonnées de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

2) Soit  $(x, y)$  les coordonnées du point  $M$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et  $(x', y')$  ses coordonnées dans le repère  $(A; \vec{u}, \vec{v})$ .

a) Ecrire les expressions vectorielles de  $\overrightarrow{OM}$  et  $\overrightarrow{AM}$ .

b) Exprimer  $x'$  et  $y'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

## EXERCICE 2

Dans l'ensemble  $V$  des vecteurs de l'espace muni d'une base orthonormée directe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on donne :

$$\vec{u} \left( \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{-\sqrt{2}}{2}; 0 \right); \vec{v} \left( \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{-\sqrt{3}}{3} \right) \text{ et } \vec{w} \left( \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{2\sqrt{6}}{6} \right).$$

Démontrer que  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  est une base orthonormée de  $V$ .

## EXERCICE 3

Dans l'espace muni du repère orthonormé direct  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on donne :  
 $A(2; 0; -1)$ ;  $B(0; 3; 1)$  et  $C(-1; 1; 1)$ .

a) Calculer les distances  $AB$ ;  $BC$  et  $AC$ .

b) Déterminer l'aire  $S$  du triangle  $ABC$  tel que :  $S = \left\| \frac{\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}}{2} \right\|$ .

## EXERCICE 4

On donne les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

Calculer et comparer :

- a)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$  et  $\vec{v} \wedge \vec{u}$
- b)  $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w})$  et  $(\vec{u} \wedge \vec{v}) + (\vec{u} \wedge \vec{w})$
- c)  $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w}$  et  $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})$

#### EXERCICE 5

1) On donne :  $\|\vec{a}\| = 6$ ;  $\|\vec{b}\| = 5$ . Sachant que  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont orthogonaux, calculer :  
 $(\vec{a} - 2\vec{b})^2$ ;  $(3\vec{a} - 6\vec{b})^2$ ;  $(\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$

2) Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs tels que :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$ ;  $\|\vec{v}\| = 2$  et  $\text{mes}(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$

Calculer :

- a)  $\vec{u} \cdot (2\vec{u} - \vec{v})$ ;  $(\vec{u} + \vec{v})^2$  ;
- b)  $(\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} + \vec{v})$  et  $(3\vec{u} + \vec{v})^2$