

EPREUVE ZERO REGIONALE DE MATHEMATIQUES AU PROBATOIRE TI SESSION 2024 (REGION DU NORD)

I- Évaluations des Ressources : (15 points)

Exercice 1 : 5 points

I- On considère l'ensemble $E_m = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - 2y + z = m \}$ avec $m \in \mathbb{R}$.

1- Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles E_m n'est pas un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

2- On suppose que $m = 0$ et on pose $e_1 = (2; 1; 0)$ et $e_2 = (1; 0; -1)$

a) Montrer que E_0 est un sous espace vectoriel. **1 pt**

b) Montrer que e_1 et e_2 appartiennent à E_0 **0,5 pt**

c) Justifier que $(e_1; e_2)$ est une base de E_0 **1 pt**

d) En déduire la dimension de E_0 **0,25 pt**

II- On se propose de résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation (E) : $2\sin^2x - (2 + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} = 0$

1- Calculer $(2 - \sqrt{2})^2$ puis résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ **1 pt**

2- En déduire la résolution dans $[0; 2\pi[$ de l'équation (E) **1 pt**

Exercice 2 : 5 points

I- ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB=6\text{cm}$ et $AC=8\text{cm}$.

1- a) Construire le point H barycentre du système (A;1) et (B;2) 0,5 pt

b) En déduire la construction du point G barycentre (A;1), (B;2) et (C;3). 0,5 pt

2- Soit (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 162$

a) Montrer que pour tout point du plan, $MA^2 + 2MB^2 = 3MH^2 + 24$

b) Montrer que pour tout point du plan, $MH^2 + MC^2 = 2MG^2 + 40$

c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Σ) et le construire. 1 pt

II- Une boîte contient 10 morceaux de craie ayant toutes la même forme. On y compte 5 craies blanches, 3 craies rouges et 2 craies vertes. On tire successivement et sans remise 2 craies du sac.

1- De combien de façons différentes peut-on opérer ces tirages ? **0,5 pt**

2- Combien de tirages distincts comportent des craies unicolores. **0,5 pt**

Exercice 3 : 5 points

Soit la fonction définie pour tout réel $x \neq -1$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$. On note (Cf) sa courbe représentative dans un repère (O;I,J) du plan d'unité 1cm sur (OI) et 0,5cm sur (OJ).

1- Calculer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, à gauche et à droite de -1

2- a) Justifier que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = x - 4 + \frac{4}{x+1}$

b) Déterminer en justifiant toutes les asymptotes à la courbe (Cf) **0,75 pt**

3- a) Montrer que pour tout $x \neq -1$, $f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ et donner son signe. **0,75 pt**

b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ 0,5 pt

4- Montrer (Cf) rencontre l'axe des abscisses en deux points à préciser. **0,5 pt**

5- Construire soigneusement (Cf) et ses asymptotes. **1 pt**

II- Évaluations des compétences : (5 points)

Situation

NTAMACK a vu un objet d'art ayant la forme d'un rectangle dont l'aire est donnée par la fonction f définie par

$f(x) = -x^2 + 4x + 1$. Il aimerait fabriquer cet objet et le revendre de telle sorte que son aire soit maximale et que le mètre carré puisse coûter 8000 FCFA. Pour être en sécurité vu que son atelier et son domicile sont au même endroit; il aimerait faire une clôture avec du grillage.

Le technicien lui dit que la longueur du grillage à acheter est le périmètre en mètres de l'ensemble des points M du plan telles que $MA^2 + MB^2 = 1202$ avec $AB=10m$ et que sur le marché, on vend n mètres de fil à 7650 FCFA où n est l'unique solution de l'équation $4 + \sqrt{n-2} = n$. Sa femme a fait le marché pendant 3 jours de la semaine comme suit:

Le lundi, elle a acheté 3kg de poisson, 2kg de viande, 2 kg de riz à 10000 FCFA.

Le mercredi, elle a acheté 1kg de poisson, 3 kg de viande, 1 kg de riz à 10000 FCFA.

Le jeudi, elle a acheté 4kg de poisson, 2kg de viande, 3kg de riz à 12500 FCFA.

On prendra $\pi=3,14$

Tâches:

1- Quelle somme va dépenser la femme de NTAMACK si elle va au marché samedi pour acheter 3kg de poisson, 4kg de viande et 5kg de riz? **1,5 pt**

2- Quelle somme NTAMACK va-t-il dépenser pour l'achat du grillage? **1,5 pt**

3- Quelle somme recevra NTAMACK après avoir vendu son objet? **1,5 pt**

Présentation : 0,5 pt

- M