COMPLEXE SCOLAIRE
MICHEL DUBOIS - PAHOU
MATERNELLE – PRIMAIRE – SECONDAIRE
N°020/ MESFTP/DC/SGM/DPP/DGETFP/SA de 2007
Tél: 22 04 16 15 / 97 20 44 02 / 62 16 86 01 Autorisé suivant les arrêtés:
N°092/MEPS/CAB/DC/SGM/DPP/DEPEPS/SP du 06/10/06
N° 321/MESFTP/DC/SGM/DPP/DE¨P/SA du 15/10/06
DISCIPLINE-TRAVAIL-SUCCÈS

Année Scolaire : **2024 – 2025**

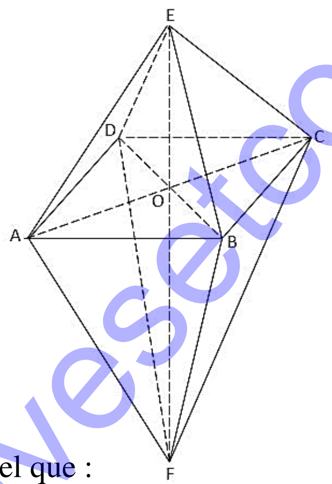
PREMIER DEVOIRS SURVEILLES DU PREMIER TRIMESTRE

EPREUVE : MATHEMATIQUES

CLASSE : T^le^ D — COEF : 04 — DUREE : 04 H 00 min

Situation d'évaluation :

Contexte : La lutte contre l'insécurité.
Pour lutter contre l'insécurité dans une localité, les autorités de la zone ont pris certaines mesures sécuritaires qui consistent à mettre en place un dispositif d'électrification et de surveillance en implantant des lampadaires et des appareils de surveillances dans des endroits stratégiques de cette localité. Les ampoules qui ont été utilisées à cet effet ont la forme du solide (S) représenté ci-dessous :



- Le solide (S) est tel que :
  - Le quadrilatère $ABCD$ est un carré de centre O,
  - La droite (EF) est perpendiculaire au plan (ABC) en O,
  - $OA = OB = OE = 1$ et $OF = 2\,OE$, l'unité de longueur est $10\ m$. .
- Deux lampadaires ont été placées en des endroits qui sont assimilés aux points H et K projetés orthogonaux de A respectivement sur le plan (FBC) et sur la droite (ED).
- Une autre a été placée à un endroit assimilé au point I de l'espace tels que :

  $\overrightarrow{AI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$;
- $\overrightarrow{e_1}$ **,** $\overrightarrow{e_2}$ **et** $\overrightarrow{e_3}$ sont les vecteurs de l'espace vérifiant : $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{OA}$**,** $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{OB}$ et
$\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{OE}$.
- G_m est le barycentre des points pondérés $(A; 2+3m)$, $(C\ ;\ 5-7m)$ et $(F\ ;\ -3+4m)$ où $\boldsymbol{m}$ est un paramètre réel.

- Pour la sécurité, une caméra cachée a été placée en un point **Ω** du plan muni du repère orthonormé $(O;\ \vec{e_1}, \vec{e_2})$, centre du cercle $(\mathcal{C})$ dont une équation de la forme $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ où a , b et c sont des réels. Ce cercle est circonscrit au triangle $A_1A_2\,A_3$ avec $A_1\,(3\,;1)$, $A_2\,(0\,;2)$ et $A_3\,(2\,;-2)$.
- Des projecteurs ont été fixés à des endroits stratégiques matérialisés par les points $S(2\,;1\,;2)$, $T(-3\,;0\,;-1)$, $U(0\,;5\,;-1)$ et $V(1\,;3\,;1)$ de l'espace muni du repère $(O;\ \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$.

Vigan, fils d'une des autorités, et élève en classe d'une terminale scientifique décide d'exploiter les information ci-dessus pour :

- déterminer la distance KH ;
- déterminer les coordonnées du point **Ω** ainsi que la nature et les caractéristiques de certains ensembles (Γ_1), (Γ_2) et (Γ_3) de l'espace orienté muni d'un repère orthonormé direct ;
- déterminer dans l'espace, les positions relatives de certains plans d'une part et celles de certaines droites d'autre part ;
- déterminer la nature exacte du quadrilatère $STUV$.

Tâche : Tu vas faire comme Vigan à travers la résolution des problèmes suivants :

Problème 1

1- a) Justifie que G_m existe pour toute valeur réelle du paramètre m.

b) Démontre que les points G_1 , I et F sont alignés.

2- a) Démontre que le repère $(O;\ \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ est orthonormé.

b) Détermine dans ce repère les coordonnées des points D, C , F et G_m.

3- a) Démontre que le plan (FCB) a pour équation cartésienne $2x - 2y + z + 2 = 0$.

b) Détermine une représentation paramétrique de la droite $(\mathcal{D})$ passant par A et perpendiculaire au plan (FBC).

c) Détermine les coordonnées du point H.

4-a) Détermine une équation cartésienne du plan (Q_1) passant par A et perpendiculaire à la droite (DE).

b) Détermine les coordonnées du point K.

c) Calcule la distance KH.

Problème 2

En réalité le repère $(O;\ \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ est orthonormé direct de l'espace orienté dans lequel on considère :

- les droites $(\mathcal{D}_1)$, et $(\mathcal{D}_2)$ sont définies comme suit :

$$(\mathcal{D}_1) : (4x + y + 2z - 2)^2 + (x - 2y - z + 1)^2 = 0 \text{ et } (\mathcal{D}_2) : \begin{cases} x = -\alpha + 1 \\ y = \alpha \\ z = 2\alpha + 1 \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}\ ;$$

- les plans $(P) : x - y + z - 1 = 0$ et $(Q) : \begin{cases} x = 2t + t' \\ y = t + t' \\ z = -t + t' + 3 \end{cases} \quad (t\,;t') \in \mathbb{R}^2$.

5-a) Démontre qu'une équation cartésienne du plan (Q) est $2x - 3y + z - 3 = 0$.

b) Démontre que les plans (P) et (Q) sont sécants suivant une droite (Δ) dont tu préciseras une représentation paramétrique.

c) Détermine un repère de la droite $(\mathcal{D}_1)$.

6-a) Démontre que les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont non coplanaires.

b) Détermine une équation cartésienne du plan (R) contenant $(\mathcal{D}_1)$ et parallèle à $(\mathcal{D}_2)$.

7- a) Détermine l'aire du triangle TUV

b) Démontre que le quadrilatère $STUV$ est un tétraèdre puis détermine son volume.

c) Détermine la distance du point S à la droite $(\mathcal{D}_2)$.

Problème 3

Des appareils de surveillances, placés pour la circonstance , sont reliés à un écran plat mobile représentant l'ensemble (P_m) des points $M(x, y, z)$ de l'espace orienté $(\mathcal{E})$ muni du repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$, vérifiant l'équation

$(2m-3)x - 2(m+3)y + (m-1)z + 3 = 0$ où m est un paramètre réel.

Dans ce même espace orienté , les ensembles (Γ_1), (Γ_2) et (Γ_3) sont définis comme suit :

- $(\Gamma_1) = \{M \in (\mathcal{E}) / (-2\overrightarrow{MS} - \overrightarrow{MU} + 3\overrightarrow{MT}).(\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MU}) = 0\}$;
- $(\Gamma_2) = \{M \in (\mathcal{E}) / (-2\overrightarrow{MS} - \overrightarrow{MU} + 3\overrightarrow{MT}) \wedge (\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MU}) = \vec{0}\}$;
- $(\Gamma_3) = \{M \in (\mathcal{E}) / \|-2\overrightarrow{MS} - \overrightarrow{MU} + 3\overrightarrow{MT}\| = \|\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MU}\|\}$.

9- a) Détermine les coordonnées du point L , milieux du segment [SU] .

b) Détermine la nature et les caractéristiques de chacun des ensembles (Γ_1)**,** (Γ_2) et (Γ_3).

10-a) Justifie que (P_m) est un plan pour tout $m \in \mathbb{R}$.

b) Démontre que pour tout $m \in \mathbb{R}$, tous les plans (P_m) contiennent une droite commune (Δ_1) dont tu préciseras un système d'équations cartésiennes.

11- Détermine les valeurs du réel m pour lesquelles :

a) (P_m) soit parallèle à la droite (SV) ;

b) (P_m) passe par le point T.

12- a) Justifie que les réels a , b et c vérifient le système (S'): $\begin{cases} 3a + b + c + 10 = 0 \\ 2b + c + 4 = 0 \\ 2a - 2b + c + 8 = 0 \end{cases}$.

b) Démontre qu'une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C})$ est $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ puis déduis-en les coordonnées de $\mathbf{\Omega}$.

« Le succès n'a jamais été du hasard, la chance ne sourit qu'à ceux qui la forcent ; Travaillez donc avec persévérance et vous réussirez à coup sûr »