

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Yaoundé – Tél. : 222 31 54 28 E-mail : mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2025-2026
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	CONTRÔLE	Date : Samedi 20 septembre 2025
Classe : TD-TTI	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Coef : 4 ; Durée : 4h00

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 Points)

Exercice 1 : (5 points)

I- Résoudre dans $\mathbb{C}^2$, le système $(S): \begin{cases} iz + 2z' = 1 + i \\ z - (2 - i)z' = 1 \end{cases}$. **1 pt**

II- Résoudre dans $\mathbb{C}$, chacune des équations suivantes : **2,25 pts**

- $(1 + 2i)z + 4 - 3i = 4z + i$.
- $(-2 + i)z - 3i\bar{z} = (1 - i)z + 2i$.
- $2z\bar{z} - z + 3i = 3 + 2i$.

III- On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = -1 + 2i$; $z_2 = 1 - i$ et $Z = \frac{z_2^3}{z_1^2}$.

- Mettre sous forme algébrique les nombres complexes $z_1 \times z_2$ et Z . **1 pt**
- Calculer le module de z_1 et $\frac{z_2^{15}}{z_1^4}$. **0,75 pt**

Exercice 2 : (5 points)

I- Soit un polynôme P défini par $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$. On désigne par α un nombre complexe non nul.

- Montrer que si α est solution de l'équation $P(z) = 0$, alors $P(\bar{\alpha}) = 0$ et $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$. **1 pt**
- Calculer $P(1 - i)$. **0,5 pt**
- En déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation $P(z) = 0$. **1 pt**

II- Déterminer les racines carrées du nombre complexe : $z = -12 - 16i$. **1 pt**

III- Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que : $|2z - 2 + i| = |2iz - 3i|$. **1,5 pt**

Exercice 3 : (5 points)

I- Soit le nombre complexe $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

- Calculer $j^2, j^3, 1 + j + j^2$. **0,75 pt**
- Montrer que pour tout entier naturel n , $(1 + j)^{2n+1} = -j^{n+2}$. **0,5 pt**

II- Soit le polynôme défini par : $P(z) = -z^3 + 2(1 - i)z^2 + (-5 + 4i)z - 10i$.

- Montrer $-2i$ est solution de l'équation $P(z) = 0$. **0,25 pt**
- Montrer que $P(z) = (z + 2i)(-z^2 + 2z - 5)$. **0,25 pt**
- Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. **0,5 pt**

- III- 1. Déterminer les réels a, b et c tels que $1 + z + z^2 + z^3 = (z + 1)(az^2 + bz + c)$. **0,5 pt**
2. Montrer que pour tout nombre complexe $z \neq 1$, $\frac{z^4-1}{z-1} = 1 + z + z^2 + z^3$. **0,5 pt**
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 = 1$. **0,75 pt**
4. En déduire l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$, l'équation $\left(\frac{z-3}{z+2i}\right)^3 + \left(\frac{z-3}{z+2i}\right)^2 + \left(\frac{z-3}{z+2i}\right) + 1 = 0$. **1 pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (05 points).

M.ELONO est un homme politique qui prépare la campagne en vue des élections présidentielles du 12 octobre 2025. Pour cela, dans sa circonscription électorale, il organisera un grand meeting le 29 septembre. A cet effet, il envisage construire une explanade de forme triangulaire, dont les trois sommets sont les points $M(z(x; y))$ du plan tel que z soit solution de l'équation (E) : $(z - i)(z^2 - (1 + 3i)z - 2 + 2i) = 0$. (**L'unité étant le décamètre**). Il décide de mettre sur l'explanade le tapis rouge, 7 m^2 de tapis rouge coûte 9 500 FCFA.

M.ELONO étant une élite de son village, a décidé d'emménager une route pour une circulation plus fluide des produits vivriers avant le 02 octobre 2025. Pour cela, il a fait appel à un technicien des routes. Le technicien affirme qu'après étude approfondie, que la trajectoire de la route sera l'ensemble des points $M(z)$ tel que $\frac{z-3}{iz+2}$ soit un nombre réel.

M.ELONO possède une parcelle qu'il souhaite vendre. Ladite parcelle est formée par l'ensemble des points $M(z)$ tel que $|2iz - 4 + 3i| = 16$. L'unité étant le mètre, le mètre carré de terrain est vendu à 15.000 FCFA.

1. Déterminer la dépense faite par M. ELONO. **1,5 pt**
2. Donner l'équation cartésienne de la trajectoire de la route à emménager. **1,5 pt**
3. Quelle somme d'argent recevra de M. ELONO pour la vente de sa parcelle ? **1,5 pt**

Présentation : 0,5 pt