



**DEVOIR DU DEUXIEME TRIMESTRE** : janvier 2025

**EPREUVE** : MATHEMATIQUES APPLIQUEES

**DUREE** : 3 heures

- NB :**
- Je vérifie que je n'ai rien laissé dans le casier
  - Je vérifie que je n'ai rien laissé sur la table qui ne doit me servir pour ma composition
  - Je ne sors pas de la classe pendant que je compose
  - Je ne sors pas de la classe avant la fin du temps imparti à l'épreuve que je traite
  - Je dis « NON » à la tricherie

#### Objectifs

- Evaluer une suite d'annuités à une date donnée
- Déterminer le net d'une négociation à intérêts composés
- Etudier une fonction numérique à l'aide de son tableau des variations
- Étudier une série statistique double

**Matériels et documents autorisés** : Calculatrice non programmable et table financière

**Consigne:** Après avoir pris connaissance du contexte et du support, exécutez les tâches

#### Contexte

L'entité industrielle "X-port" est spécialisée dans la production et la commercialisation des produits laitiers. Dans un atelier d'ensachage, le Directeur Général de ladite entité Madame FIFA désire renouveler un vieil équipement grâce à un fond propre constitué et au recouvrement des créances d'un même débiteur. Aussi voudrait-il ouvrir une nouvelle agence à travers un emprunt contracté à la banque panafricaine.

Par ailleurs, d'après le schéma technique de production, l'itinéraire suivie par les produits finis est assimilable dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) à l'allure de la courbe (C) de la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$ . Une enquête statistique a permis à Madame FIFA de mesurer le degré de liaison entre les produits finis ( $X_i$ ) et le chiffre d'affaires annuel ( $Y$ )

#### Support

Pour constituer le fond propre dans 3 ans 6 mois, Madame FIFA épargne à la banque panafricaine à la fin de chaque trimestre une somme de 500 000 F CFA au taux semestriel de 10,25%. La première étant versée dans trois (03) mois.

La créance à recouvrer par le débiteur représente le net de la négociation de trois (03) effets  $V_1$  ;  $V_2$  et  $V_3$  en progression géométrique de raison 1,2 échéant respectivement dans 06 mois ; 1 an et 1 an mois. En outre, la valeur nominale  $V_3$  est la valeur acquise d'une somme de 1 030 410,18 F placée à intérêts composés pendant 3 ans 10 mois (capitalisations trimestrielles des intérêts).

Pour le remboursement de l'emprunt la banque propose à Madame FIFA deux modes de règlements équivalents :

**1<sup>er</sup> mode** : Paiement au comptant de 500 000 F et acceptation de trois traites d'échéances respectives 8 mois ; 1 an 3 mois et 2 ans 2 mois.

**2<sup>e</sup> mode** : Paiement au comptant de 534 700 F et complété par 6 semestrialités constantes de 400 000 F chacune, la première devant être faite 10 mois après la date du contrat.

Le tableau des variations de la fonction numérique  $f$  est le suivant :

X	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	$\ominus$	-	$\ominus$	+
$f(x)$	$-\infty$	-2	$-\infty$	?	$+\infty$

On précise que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}/\{-1\}$  et définie par  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels.

La série double  $(X_i ; Y_j)$  obtenue lors de l'enquête a permis d'avoir par la méthode des moindres carrés des droites de régressions ci-après :

- $Y$  en  $X : y = ax - 1,67$
- $X$  en  $Y : x = a'y + 2,78$
- Le carré du coefficient de corrélation est  $r^2 = 0,9016$  et  $a + a' = 1,9$  avec  $a' > a$

#### Tâche

- 1- a) Déterminez le montant du fond propre au bout des 3 ans 6 mois.  
b) Si les trimestrialités étaient de 400 000 F CFA chacune, de combien doit on majorer les quatre dernières trimestrialités pour obtenir au bout de 3 ans 6 mois un fond propre de montant de 4 949 320,47 F au taux semestriel de 10,25%  
c) Si Madame FIFA épargne au cours des 7 premières trimestrialités 250 000 F CFA chacune et au cours des dernières 7 trimestrialités 300 000 F CFA chacune, calculez dans ces conditions au même taux semestriel de 10,25%, le montant du fond propre au bout des 3 ans 6 mois.
- 2- Déterminez au taux trimestriel de 5% :
  - l'échéance moyenne des trois effets  $V_1$ ;  $V_2$  et  $V_3$
  - la valeur acquise  $V_3$  par le capital de 1030410,18F F CFA par la méthode rationnelle
  - les deux autres valeurs nominales  $V_2$  et  $V_1$
  - le net de la négociation des trois effets
- 3- Déterminez au taux annuel de 10,25% :
  - le montant de l'emprunt contracté
  - la valeur commune des trois traites contenues dans le 1<sup>er</sup> mode
- 4- Précisez :
  - l'ensemble de définition de  $f$
  - les limites aux bornes de l'ensemble de définition de  $f$
- 5- Déterminez :
  - la dérivée première  $f'(x)$  de  $f$
  - les coefficients réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  en utilisant les informations du tableau des variations de  $f$
- 6- a) Démontrez que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x + 1$  est une asymptote à l'allure  $(C)$  de  $f$  aux voisinages de  $-\infty$  et  $+\infty$ .  
b) Construez la courbe  $(C)$  de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité 1cm
- 7- a) Calculez les coefficients  $a$  et  $a'$   
b) Justifiez que la covariance est positive  
c) Déterminez les coordonnées du point moyen  $G$  et appréciez le degré de liaison entre les deux variables  $X$  et  $Y$ .