MINESEC
COLLÈGE ROSA PARKS
Département de mathématiques
Année scolaire : 2025/2026

Évaluation $N^0 1$
Classe : $2^{nde}C$
Durée : 2h30 Coef :5
Date : 17/10/2025

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES — 15points

Exercice 1 : 03,5 points

1. (a) Développer et réduire $\left(5-3\sqrt{2}\right)^2$ puis $\left(5+3\sqrt{2}\right)^2$. **1pt**
   (b) En déduire que le réel $K=\sqrt{43+30\sqrt{2}}+\sqrt{43-30\sqrt{2}}$ est un entier. **0,5pt**
2. Soient x et y deux nombres réels vérifiant : $\frac{5}{3}<x<5$ et $-2<y<-1$.
   (a) Encadrer $\frac{y^2+1}{x}$. **0,5pt**
   (b) Montrer que $-10<xy<-\frac{5}{3}$. **0,5pt**
3. On considère deux réels a et b tels que $0<b<a$.
   (a) Comparer $\frac{a+1}{a}$ et $\frac{b+1}{b}$. **0,5pt**
   (b) En déduire une comparaison de $x=\frac{523}{522}$ et $y=\frac{528}{527}$. **0,5pt**

Exercice 2 : 03,5 points

On considère que pour tout $a\in\mathbb{N}$ tel que a^2 est divisible par 5, alors a est divisible par 5.

1. Montrer que $\sqrt{5}$ est un nombre irrationnel. **1pt**
2. Démontrer que si $r\in\mathbb{Q}$ et $x\notin\mathbb{Q}$, alors $r+x\notin\mathbb{Q}$. **1pt**
3. Démontrer que si $r\in\mathbb{Q}$ et $x\notin\mathbb{Q}$, alors $r\times x\notin\mathbb{Q}$. **1pt**
4. En déduire que $3-2\sqrt{5}\notin\mathbb{Q}$. **0,5pt**

Exercice 3 : 03points

1. (a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n :$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$. **0,5pt**
   (b) En déduire une expression de la somme S sous forme d'une fraction irréductible :
   $$S=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{9\times 10}.$$ **0,5pt**
2. Soit n un entier naturel.
   (a) Écrire sans radical au dénominateur l'expression :$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$. **0,5pt**
   (b) En déduire une expression simple de la somme :
   $$T=\frac{1}{1}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{9}}.$$ **0,5pt**
3. Soit n un entier naturel. On pose $R=2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1}+2^n$.

(a) Calculer $2R - R$. **0,5pt**

(b) En déduire une expression simple de R en fonction de n. **0,5pt**

Exercice 4 : 05points

Soit a, b, c trois nombres réels strictement positifs.

1. (a) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$. **0,5pt**

   (b) Prouver que $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$. **1pt**

   (c) En déduire que $\sqrt{\dfrac{a^2 + b^2}{2}} \geq \dfrac{a + b}{2}$. **0,5pt**

2. (a) Démontrer que $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geq 2$. **0,5pt**

   (b) Développer :$(a + b + c)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right)$. **0,5pt**

   (c) Démontrer alors que $(a + b + c)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right) \geq 9$. **1pt**

   (d) En déduire que $\dfrac{1}{2\sqrt{3} - 1} + \dfrac{1}{4 - \sqrt{3}} + \dfrac{1}{6 - \sqrt{3}} \geq 1$. **1pt**

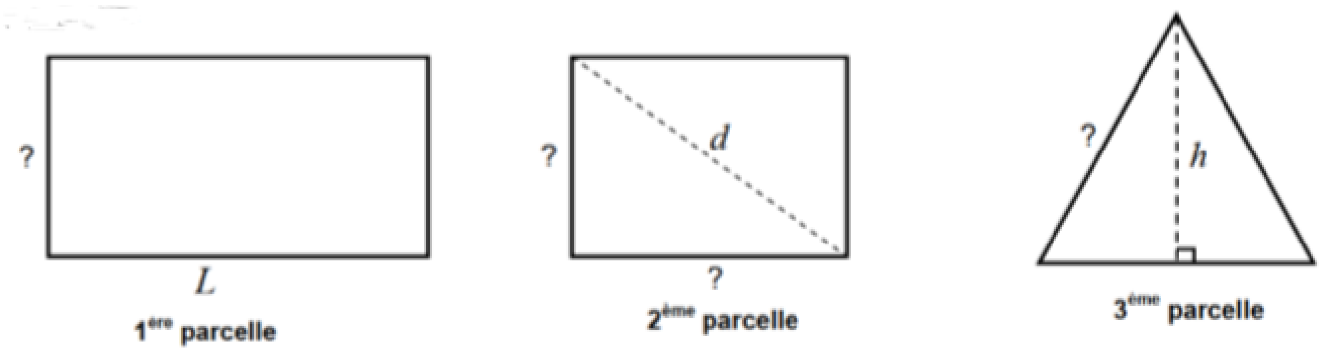
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES **05points**

Un cultivateur possède trois terrains qu'il souhaite entourer avec du fil barbelé qui coûte 200 FCFA le mètre.

— Le premier terrain a la forme d'un rectangle dont la surface varie entre $1600\,m^2$ et $1625\,m^2$. La longueur de ce terrain est comprise entre $40\,m$ et $50\,m$.

— Le second terrain est un carré dont la diagonale est comprise entre $100\sqrt{2}\,m$ et $196\sqrt{2}\,m$.

— Le troisième a la forme d'un triangle équilatéral avec pour hauteur comprise entre $20\sqrt{3}\,m$ et $25\sqrt{3}\,m$.



Tâches :

1. Déterminer la dépense maximale que ce cultivateur doit prévoir pour entourer le premier terrain. **1,5pt**

2. Déterminer la dépense maximale que ce cultivateur doit prévoir pour entourer le second terrain. **1,5pt**

3. Déterminer la dépense maximale que ce cultivateur doit prévoir pour entourer le troisième terrain. **1,5pt**

Présentation générale : **0,5pt**