Collège Catholique Père Aupiais
04 ✉ 962 COTONOU ☎ : 21 30 05 29 – 21 30 05 61
Site : www.college-aupiais.com

Année Scolaire : 2024-2025
Classe : 1ère D
Durée : 3H

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE

(Février 2025)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB :

- ↪ Je vérifie que je n'ai rien laissé dans le casier.
- ↪ Je vérifie que je n'ai rien laissé sur la table qui ne doit me servir pour ma composition.
- ↪ Je ne sors pas de la classe pendant que je compose.
- ↪ Je ne sors pas de la classe avant la fin du temps imparti à l'épreuve que je traite.
- ↪ Je dis « NON ! » à la tricherie.

Contexte :

Les élèves d'une classe de Première scientifique sont soumis à une évaluation consistant à déterminer les asymptotes des représentations graphiques de fonctions, étudier la dérivabilité en un point d'une fonction ; étudier les variations d'une fonction et préciser ses extrémums relatifs, vérifier qu'une application est bijective et déterminer la composée de deux applications.

Les fonctions et applications de cette évaluation sont définies comme suit :

$i : [3,+\infty[\to]-\infty,3]$, $x \mapsto -x^2+6x-1$; $s : IR \to]2,+\infty[$, $x \mapsto \dfrac{5x^2-7x+8}{2x^2-5x+3}$ et $r(x)=\sqrt{x-2}$

$f : IR \to IR$, $x \mapsto \dfrac{x-\sqrt{x^2-3x+6}}{x^2-4}$; $g : [0;+\infty[\to IR$, $x \mapsto 2\sqrt{x^2-3x+6}$; $u(x)=\begin{cases}(1-x)\sqrt{1-x^2} & , si\ x\in]-\infty,1] \\ x^2-2x+\dfrac{1}{x} & , si\ x\in]1,+\infty[\end{cases}$

Waiken est un élève de cette classe ayant réussie brillamment cette évaluation à l'issue de laquelle elle se propose d'exposer ses résultats à ses camarades lors du compte rendu en classe.

Tâche : tu vas jouer le rôle de Waiken en résolvant les trois problèmes suivants :

Problème 1

1. a- Déterminer l'ensemble de définition de s, r et de la composée ros.
   b- Définis explicitement ros.
2. a-Démontrer que l'application i est bijective.
   b- Déterminer $i^{-1}(2)$.
   c-Déterminer l'expression de la bijection réciproque i^{-1} de i.

Problème 2

3. Déterminer l'ensemble de définition D de f.
4. a-Calcule les limites de f aux bornes de D.
   b-Détermine les asymptotes de la courbe (Cf) de f.
5. Démontre que la droite (D) d'équation y= 2x-3 est asymptote oblique à la courbe (Cg) de g au voisinage de $+\infty$.
6. a-Détermine l'ensemble de définition E de u.
   b- Etudie la dérivabilité de u en 0 ; en 1 et en -1 ; puis interprète les résultats obtenus.

Problème 3

Soient a et b deux nombres réels, q et v deux fonctions définies par

$$q(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}\ ;\ v(t)=\frac{|t-t^2|}{1+t}$$

7. Déterminer a et b pour que la représentation graphique de q passe par A(0,3) et admet en ce point A une tangente d'équation y=4x+3.
8. Démontrer que la restriction w de v à l'intervalle $[0;+\infty[$ a pour expression

$$w:\begin{cases}\dfrac{t-t^2}{1+t}, si\ 0\leq t\leq 1\\ \dfrac{t^2-t}{1+t}, si\ t\geq 1\end{cases}$$

9. Etudier les variations de w et préciser la valeur de t à laquelle w atteint son maximum.

FIN.