



PARTIE A EVALUATION DES RESSOURCES 14.5pts

EXERCICE 1 (Extrait PROBATOIRE « C » 2002 ; 2009 ; 2013) 4pts

Parmi réponses questions, proposée **une seule est juste**. Recopier Écris sur ta feuille de composition le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste.

- 1- E est un plan vectoriel muni d'une base $(\vec{i}; \vec{j})$ **f** et **g** deux applications linéaires de E dans E définies par : $f(\vec{i}) = 2\vec{i} - \vec{j}$; $f(\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$ et $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j}$; $g(\vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$; la matrice de **fo**g dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$ est :
a) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ e) pas de réponse. 1pt
- 2- Le plan vectoriel est rapporté à la base $(\vec{i}; \vec{j})$; f est un endomorphisme défini pour tout $\vec{u}(x, y)$ par : $f(\vec{u}) = (\vec{i} + 2\vec{j})(2x + y)$ L'ensemble des vecteurs $\vec{u}(x, y)$ tel que $f(\vec{u}) = 4\vec{u}$ est :
a) La droite vectorielle dirigée par le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) La droite vectorielle dirigée par le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\vec{O}$ 1pt
- 3- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (C) est le cercle de centre O et de rayon 2 et A le point de coordonnées $(1; \sqrt{3})$. La tangente à (C) au point A a pour équation cartésienne.
a) $x - y\sqrt{3} + 4 = 0$; b) $x + y\sqrt{3} + 4 = 0$; c) $x + y\sqrt{3} - 4 = 0$; d) $-x + y\sqrt{3} + 4 = 0$. 1pt
- 4- Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (C) est le cercle d'équation cartésienne. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 - 4 = 0$ et la droite d'équation cartésienne. $3x + 4y + 11 = 0$ sont : a) Tangente ; b) disjoints ; c) sécantes ; d) pas de réponse 1pt

EXERCICE 2: 3,5pts

On considère l'expression : $T(\phi) = [\cos^4 \phi - \sin^2 \phi + \cos^2 \phi - \sin^4 \phi - \sqrt{2}][\sqrt{6}\cos \phi - \sqrt{2}\sin \phi + \sqrt{2}]$

- 1- Montrer que : $\cos^4 \phi - \sin^2 \phi + \cos^2 \phi - \sin^4 \phi = 2\cos(2\phi)$. 0,5pt
- 2- Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ l'équation $(E_1) : 2\cos(2\phi) = \sqrt{2}$. 1pt
- 3- Montrer que : $\sqrt{6}\cos \phi - \sqrt{2}\sin \phi$ peut s'écrire sous la forme $p\sin(\phi - \varphi)$. $(\phi; \varphi) \in \mathbb{R}^2$. 0,5pt
- 4- Déduire la Résolution dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ l'équation $(E_0) : \sqrt{6}\cos \phi - \sqrt{2}\sin \phi + \sqrt{2} = 0$. 1pt
- 5- Déduire dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ les solutions de l'équation : $T(\phi) = 0$. 0,5pt

EXERCICE 3 3pts

- 1- Démontrer que : $\cos(\varphi)\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)} = 1$ $(\varphi \in \mathbb{R})$. 0,5pt
- 2- En admettant que : $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$; Montrer que : $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$. 0,5pt
- 3- On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\cos(\eta) + \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}\sin(\eta) = \frac{2\sqrt{3}}{1+\sqrt{5}}$.
a- Montrer que : (E) est équivalent à l'équation $(E_0) : \cos\left(\eta - \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$. 1pt
b- Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ l'équation (E). 1pt

EXERCICE 4 (Extrait PROBATOIRE « C » 2014) : 3pts

Dans le plan vectoriel E muni d'une base $B = (\vec{i}; \vec{j})$.

On considère l'application linéaire **f** de E dans E et de matrice $H = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ relative à la base B.

- 1- Déterminer le noyau **Kerf** et l'image **Imf** de **f**.
2- Déterminer la base de **Imf**.

3- On pose $M = 2H - 2I$ ou $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ justifier que M est la matrice inverse de H .

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

4,5pts

M. MAXWELL dispose deux terrains T_1 ; T_2 et T_3 .

S'agissant Le terrain T_1 ayant la forme circulaire dans lequel se trouve une piscine triangulaire **PAR** dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions dans $[-\pi; \pi]$ de l'équation (E): $\cos(2x) = \sin(x)$. Il décide d'installer un gazon vert au tour de ce piscine (voir figure 1 partie non en pointillé) et dont le mètre carré coûte **4 500 FCFA**. (1Unité = 2m).

S'agissant Le terrain T_2 , **M. MAXWELL** décide de faire la pisciculture. Pour plus de sécurité, il souhaite clôturer à l'aide d'un fil barbelé de 5 rangés. Cette espace est l'ensemble délimité par les points M dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ vérifiant la relation : $\begin{cases} x = 4 + 20\sin(\varphi)\cos(\varphi) \\ y = 14 - 20\sin^2(\varphi) \end{cases}$ ($\varphi \in \mathbb{R}$) l'Unité est le mètre et sachant le fil barbelé coute **1 600 FCFA** le mètre.

S'agissant Le terrain T_3 c'est un champ rectangulaire de surface **9 600 m²**, dont la longueur dépasse la largeur de **40m**. Il souhaite entoure ce camp d'un grillage qu'il a achète a **1 000 000 FCFA**.

TACHE 1 : Déterminer le prix unitaire du mètre de grillages utilisé.

1,5pt

TACHE 2 : Déterminer le budget nécessaire pour l'installation du gazon au tour de la piscine.

1,5pt

TACHE 3 : Déterminer le budget nécessaire pour la clôture du terrain T_3 .

1,5pt

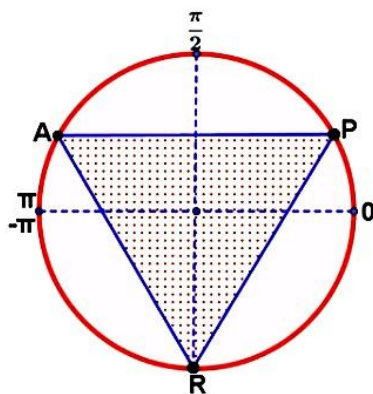


Figure 1

Bonus

2,5pts

1- Montrer que : $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

1pt

2- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7}$

1,5pt

Présentation :

0,5pt

« Le magouillard qui demande qu'on lui coud la culotte sait où mettre sa queue »