COLLEGE BILINGUE NUAYU Mbankomo – Eloumden B.P 20549 – YAOUNDE Tel : (+237) 699 – 86 – 31 – 17 670 – 58 – 96 – 23	Année scolaire : 2025 – 2026 Examen : SEQUENCE N°2 EPREUVE DE MATHEMATIQUES	
	Durée : 3H	SESSION DE NOVEMBRE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	Coefficient : 6	CLASSE : $1^{\text{ère}}$ C

L'épreuve comporte deux parties indépendantes réparties sur deux pages.

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice I : (04pts)

1. On considère l'équation (E) : $2\cos x - 3\sin x + 1 = 0$.

a) Vérifier que les nombres réels x de la forme : $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ne sont pas solution de (E). ***(0,25pt)***

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E), en utilisant le changement d'inconnue : $t = \tan\frac{x}{2}$. On donnera les solutions à 10^{-2} près. ***(1pt)***

c) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation (I) : $\tan x < 1$. On représentera l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique. ***(1pt)***

2.a) Quelles sont les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et de $\sin\frac{\pi}{8}$? ***(0,25pt + 0,25pt = 0,5pt)***

2.b) Calculer $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ ***(0,25pt)***

2.c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{3\pi}{8}$ et de $\sin\frac{3\pi}{8}$. ***(1pt)***

Exercice II : (05,5pts)

I// Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère l'ensemble (C_m) des points $(x; y)$ du plan tels que $2x^2 + 2y^2 - 4mx + 4y + 4m = 0$ où m est un nombre réel.

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (C_1). ***(0,5pt)***

2) On suppose que $m \in \mathbb{R} - \{1\}$.

a) Montrer que (C_m) est un cercle dont on précisera le centre Ω_m et le rayon R_m. ***(0,5pt)***

b) Déterminer le lieu géométrique des centres Ω_m lorsque m décrit $\mathbb{R} - \{1\}$. ***(0,5pt)***

c) Montrer que tous les cercles (C_m) passent par un point fixe I que l'on déterminera. ***(0,25pt)***

d) Montrer que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est tangente à tous les cercles (C_m). ***(0,5pt)***

3) On suppose que $m > -\frac{3}{2}$ et $m \neq 1$ et on considère le point $(0; 1)$.

a) Montrer que A est à l'extérieur des cercles (C_m). ***(0,25pt)***

b) Écrire les équations cartésiennes des tangentes au cercle (C_0) passant par le point A. ***(0,5pt)***

II// On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 0{,}5U_n + 0{,}25$

1- Calculer U_1, U_2 et U_3 ***(0,75pt)***

2- On définit la suite $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $W_n = U_n - 0{,}5$

a) Démontrer que $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et premier terme ***(0,5pt)***

b) En déduire en fonction de n les expressions de W_n puis de U_n ***(0,5pt)***

3- Préciser le sens de variation des suites $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ***(0,25pt)***

4- On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} W_k$. Exprimer S_n en fonction de n. ***(0,5pt)***

Exercice III : (03,5pts)

I// Soit ε l'espace affine euclidien et $\mathfrak{R} = (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ un repère orthonormé de ε. On considère dans $\mathfrak{R}$ les points $A(3; -2; 2)$, $B(6; 1; 5)$, $C(6; -2; -1)$, $I(1; -2; 0)$ et la sphère (S) d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2 = 0.$

1- Déterminer une représentation paramétrique du plan (ABC) ***(0,5pt)***

2- Donner une équation cartésienne du plan (ABC) ***(0,5pt)***

3- Déduire la distance d du point I au plan (ABC) ***(0,25pt)***

4- Déterminer la position relative du plan (ABC) et de la sphère (S). ***(0,5pt)***

5- Déterminer les éléments caractéristiques de l'intersection $(\mathcal{C}) = (ABC) \cap (S)$. ***(0,75pt)***

II// Le plan est muni du repère $(O; I; J)$. Déterminer une équation de la parabole dont la courbe représentative passe par les points $A\binom{1}{0}$; $B\binom{2}{-5}$; $C\binom{3}{-12}$. ***(1pt)***

<u>Exercice IV : (02pts)</u>

On s'est intéressé aux dépenses en appels téléphoniques de 100 personnes durant une semaine. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci – dessous ; les effectifs des personnes qui ont dépensé 4300 et 7500 frs durant cette semaine sont désignés par x et y respectivement.

Dépenses en FCFA	1500	4300	7500	10500
Effectifs	10	x	y	30

1- La moyenne M de série statistique ainsi définie est M = 7000. Justifier que x et y vérifient le système : $\begin{cases} 43x + 75y = 3700 \\ x + y = 60 \end{cases}$ ***(0,25pt)***

2- En déduire les valeurs de x et y. ***(0,25pt)***

3- Calculer la variance et l'écart type de cette série statistique pour une moyenne invariante. ***(0,5pt)***

4- Tracer la colonne des effectifs cumulés croissant et décroissant. ***(1pt)***

<u>Partie B :</u> EVALUATION DES COMPETENCES (04,5pts)

Situation problème

Une multinationale a acheté trois parcelles de terrain pour y construire des aires de jeu à caractère commerciale.

- La première parcelle est l'ensemble des points définis par l'intersection dans le plan muni d'un repère orthonormé des disques de frontières les cercles d'équations respectives : $(C): x^2 + y^2 - 10x - 14y + 25 = 0$ $(C'): 2x^2 + 2y^2 + 28x - 16y - 70 = 0$.

- La deuxième parcelle a une forme rectangulaire dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $2cos^2 2x - 3cos2x - 2 = 0$.

- La troisième parcelle a une forme triangulaire dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $cos2x - sinx = 0$.

Dans le cercle trigonométrique, on suppose qu'un centimètre correspond à 25 mètres.

Cette multinationale aimerait recouvrir ces trois parcelles avec du gazon synthétique qui coûte 15 000 FCFA le mètre carré et dispose de 16 000 000 FCFA ; 52 000 000 FCFA et 12 200 000 FCA, pour le recouvrement des parcelles 1, 2 et 3.

Tâche :

1- Pourra t – elle recouvrir entièrement la première parcelle de gazon ? ***1,5pt***

2- Pourra t – elle recouvrir entièrement la deuxième parcelle de gazon ? ***1,5pt***

3- Pourra t – elle recouvrir entièrement la troisième parcelle de gazon ? ***1,5pt***

Présentation : **0,5pt**