COLLÈGE D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE BILINGUE

EVALUATION SOMMATIVE N°1		24 OCTOBRE 2025		
Discipline	Coef	Classe	Durée	Examinateur
MATHEMATIQUES	7	Tle C	3h	LE DEPARTEMENT

La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 :

I-1. Soit $a \in \mathbb{N}$; $a \geq 5$. On donne $x = \overline{1335}^{a}$, $y = (a^2 - 2a + 1)(a^2 - 2a + 4)$ et $z = a^3 - a^2 + a - 1$
Ecrire x en base $a + 1$; y en base $a - 1$ et z en base a. **0.75pt**

2. Déterminer tous les couples (x ;y) d'entiers naturels tels que $xy = 6 + 3x + 2y$. **0.5pt**

II-On considère l'équation (E) d'inconnue rationnelle x: $78x^3 + ux^2 + vx - 14 = 0$ où u et v sont des entiers relatifs.

1. On suppose dans cette question que $\frac{14}{39}$ est une solution de l'équation (E).

a) Prouver que les entiers relatifs u et v sont liés par la relation $14u + 39v = 1129$. **0.5pt**

b) Utiliser l'algorithme d'Euclide, en détaillant les diverses étapes pour trouver un couple $(x; y)$ d'entiers relatifs solution de l'équation : $14x + 39y = 1$. **0.5pt**

c) Vérifier que le couple $(-25; 9)$ est une solution de l'équation $14x + 39y = 1$; puis en déduire un couple $(u_0; v_0)$ solution particulière de l'équation (E'): $14u + 39v = 1129$. **0.5pt**

d) En déduire l'ensemble des couples $(u; v)$ solution de l'équation (E'). **0.5pt**

e) Déterminer , parmi les couples $(u; v)$ précédents, celui pour lequel le nombre u est l'entier naturel le plus petit possible. **0.25pt**

2. a) Déterminer l'ensemble des diviseurs positifs de 78 et l'ensemble des diviseurs positifs de 14. **0.5pt**

b) Soit $\frac{p}{q}$ une solution rationnelle de l'équation de (E). Montrer que si p et q sont des entiers relatifs premiers entre eux, alors p divise 14 et q divise 78. **0.5pt**

c) En déduire le nombre de rationnels , non entiers, pouvant être solutions de l'équation (E) et écrire, parmi ces rationnels, l'ensemble de ceux qui sont positifs. **0.5pt**

Exercice 2 :

1. Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{1 - \sqrt[3]{1-x}}$; b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x} + \frac{\sin 3x}{x} + \cdots + \frac{\sin(n+6)x}{x}$. **0.5pt +0.5pt**

2.Soit f la fonction définie par $f(x) = -4x + 2 - 3cos2x$. Etudier les branches infinies à la courbe de f au voisinage de $+\infty$. **0.75pt**

3. a)Démontrer en utilisant l'inégalité des accroissements finis que , pour tout x dans $[0; 1]$, on a : **0.75pt**

$$-\frac{1}{2} + \sqrt{2} + \frac{1}{2}x \leq \sqrt{1 + x} \leq \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}x \qquad (*)$$

b) Donner une interprétation graphique de ce résultat. **0.25pt**

c) En déduire de la relation (*) , un encadrement du nombre du nombre $\sqrt{3{,}0005}$. **0.25pt**

4. Soient $a_1;\ a_2; \dots; a_n$ des nombres réels distincts tels que $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$.

Démontrer que l'équation $\frac{1}{x-a_1} + \frac{1}{x-a_2} + \cdots + \frac{1}{x-a_n} = 0$ admet $n-1$ racines réelles distinctes. **1pt**

5. Soit g la fonction de $[0; \frac{\pi}{2}[$ vers $[1; +\infty[$ définie par $f(x) = \frac{1}{\cos x}$.

Démontrer que g^{-1} est dérivable sur son ensemble de définition et déterminer sa dérivée. **0.5pt+0.5pt**

Exercice 3: Soit f la fonction définie et dérivable sur D=$]1; +\infty[$ par f(x) = $\frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

1a) Montrer que la dérivée de f garde un signe constant sur D . **0.5pt**

b)Etudier les variations de f pour x ∈ D , puis dresser le tableau de variation de f sur D **0.75pt**

c) En déduire que l'équation f(x)=0 admet une unique racine $\alpha \in]1; 2]$. **0.5pt**

d)Montrer que f réalise une bijection de D vers R puis justifier que la bijection réciproque f^{-1}est dérivable sur R . **0.5pt**

d) Déterminer alors $(f^{-1})'(-1)$. **0.5pt**

2)On pose $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ pour x élément de $]0; +\infty[$

a)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ est équivalente à l'équation $g(x) = x$ **0.25pt**

b)Montrer que pour x ∈ $[1; 2]$; $g(x) \in [1; 2]$ **0.5pt**

c)Montrer que pour x∈ $[1; 2]$ on a $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. **0.5pt**

d) En déduire que : $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. **0.5pt**

e) Tracer les courbes de f et f^{-1}dans le même repère . **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Situation : Mme ISSA, caissière dans une banque de la place, possède un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie que peut emprunter un engin à moteur. Elle achète du sable et prend l'initiative de verser chez son voisin, situé à une centaine de mètres de son chantier. Ce sable livré par une société et acheté à 15000FCFA le mètre cube est contenu et rempli à « ras bord » dans un bac de forme parallélépipédique de dimensions $3\ mètres \times a\ mètres \times b\ mètres$ où $a\ et\ b$ vérifient en mètre le système :$\begin{cases} pgcd(a;b) + ppcm(a;b) = a + 5 \\ pgcd(a;b) = 2 \end{cases}$. Ce sable devra être transporté en 100 tours, dans des seaux identiques remplis à « ras bord » par des garçons et des filles du quartier. Les garçons ont effectué 8 tours et les filles 5 tours. Pour les motiver, **Mme ISSA** propose un taux forfaitaire de 1000FCFA par personne. Après son passage au chantier, elle se rend à son lieu de service et voulant ouvrir son coffre-fort pour commencer la journée, elle n'y parvient car elle a oublié deux chiffres de son mot de passe. Néanmoins, elle se souvient qu'il s'écrit $\overline{1x1yxy}$, qu'il est divisible par 63 et les chiffres $x\ et\ y$ sont supérieurs à 5.

Tâche 1 : Déterminer le montant prévu pour l'achat du sable. **1.5pt**

Tâche 2 : Déterminer le montant prévu pour satisfaire les transporteurs. **1.5pt**

Tâche 3 : Déterminer le code du coffre-fort de **Mme ISSA.** **1.5pt**

Présentation : **0.5pt**