

DISCIPLINE	Classe	Durée	Examineur
MATHEMATIQUES	T ^{le} D	3H20mn	Département

Partie A : évaluation des ressources (15pts)

Exercice 1 : (Polynôme complexe)

4pts

- Détermine les racines carrées du nombre complexe $-63 + 16i$. **0,75pt**
 - Détermine la résolution dans $\mathbb{C}$ de $(2 + i)z^2 - (9 + 2i)z + 5(3 - i) = 0$. **0,75pt**
- Soit le polynôme complexe défini par : $P(z) = z^3 + (6 - 3i)z^2 + (13 - 18i)z - 39i = 0$.
 - Montre que P admet une racine imaginaire pure notée z_0 que l'on déterminera. **0,75pt**
 - Détermine les complexes b et c tel que $P(z) = (-z + 2i)(-z^2 + cz + b)$. **1pt**
 - Détermine l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. **0,75pt**

Exercice 2 : (limites et continuité)

3pts

- Soi la fonction numérique g définie par $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + ax + \frac{1}{4}b & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$
 - Détermine b pour que g soit continue en 0. **1pt**
 - Détermine a pour que g soit dérivable en 0. **1pt**
- Justifie que la fonction $x \rightarrow \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ si $x \neq \frac{\pi}{4}$ est prolongeable par continuité en $\frac{\pi}{4}$ et définis cette fonction du prolongement. **1pt**

Exercice 3 : (généralités sur les complexes)

3pts

Soient x et y deux réels tel que $x \leq y < 0$. Considérons les nombres complexes $z_1 = x - iy$ et $z_2 = y + ix$.

- Démontre que $\frac{z_1}{z_2}$ est un imaginaire pur. **0,5pt**
- Démontre que $|z_1 - \overline{z_2}| = (y - x)\sqrt{2}$. **0,75pt**
- Vérifie que $\overline{z_1} + z_2 = (x + y)(1 + i)$. **0,5pt**
- Détermine l'ensemble des points (M) tel que $z_2 \times z_1 \in \mathbb{R}$. **0,75pt**
- Détermine le point E d'affixe z_1 tel que $|z_1 - \overline{z_2}| = z_2 \times z_1$. **0,5pt**

Exercice 4 : (Fonctions)

5pts

Soient les fonctions définies par $f(x) = \frac{1+x}{x^3-1}$ et $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

- Dresse son tableau de variation de g . **1pt**
 - Montre que l'équation $3x^2 = -2x^3 - 1$ admet une solution unique $\alpha \in]-2; -1[$. **0,75pt**
 - Donne un encadrement de α à 10^{-1} près. **0,5pt**
 - Déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . **0,5pt**

2. Montre que $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x^3-1)^2}$ puis dresse le tableau de variation de f . 1,25pt

3. On considère h la restriction de f à l'intervalle $I =]-1; 0[$

a) Montre que h réalise une bijection de I vers un intervalle J à déterminer. 0,5pt

b) Dresse le tableau de variation de h^{-1} . 0,5pt

Partie B : évaluation des compétences (4,5pts)

Pour embellir deux espaces de son domaine , **M. NGUEMA** voudrait réaliser des travaux d'aménagement. Il décide pour cela de recouvrir le premier espace d'un gazon vendu à 1 500FCFA le m^2 et dont l'espace a la forme de l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $25 \leq |2iz - 4 + 4i| \leq 60$.

Pour le deuxième espace il voudrait poser des pavés coutant 25000FCFA le m^2 l'installation et dont l'espace a la forme de l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M du plan d'affixe $z = x + iy$ tels que $|z - 3 + i| = |4 - 4i\sqrt{3}|$.

Ses espaces sont définis sur un plan rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$, ayant pour unité de longueur 10m sur les axes du repères. (On prendra $\pi \approx 3,1$)

Très occupé et voulant impliqué son fils dans la supervision des travaux il lui demande d'aller à sa banque Afriland retirer un certain montant. Mais, il constate au moment de lui remettre sa carte bancaire, qu'il a oublié le dernier chiffre de son code. Pressé, il dit « mon code est 258c ou c est le coefficient de l'équation de droite $y = ax + c$ asymptote à la courbe de la fonction $x \rightarrow \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ au voisinage de $+\infty$ ». Après ceci il demande à son fils de lui rendre compte des dépenses effectuées.

Taches

1. Calculer le cout de gazon nécessaire pour embellir l'espace. 1,5pt
2. Calculer le cout des pavés nécessaire pour embellir l'espace. 1,5pt
3. Détermine le code bancaire de M NGUEMA. 1,5pt

Présentation : 0,5pt