

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE RAINBOW				ANNEE SCOLAIRE 2025-2026		
EVALUATION SEQUENTIELLE N° 2						
CLASSE	SERIE	MATIERE		DUREE	COEF	A/ SCOLAIRE
Tle	C & D	MATHEMATIQUES		04h00	7 & 4	2025/2026

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15,00 points

EXERCICE 1 : 04,75 points

Le A et le B sont indépendants.

A/

Soit P le polynôme défini dans $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^4 + 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 + 3z + 1$.

- Montre qu'un nombre complexe $z_0 = 0$ ne saurait être une racine de p . **0,25 pt**
- a) Montre que $p(\bar{z}) = \overline{p(z)}$. **0,25 pt**
b) Montre que si z_0 est une solution de l'équation $P(z) = 0$ alors : $\bar{z}_0$, $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z}_0}$ le sont aussi. **0,75 pt**
- Montre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution de la forme $a + i$ où a est un nombre réel que tu préciseras. **0,5 pt**
- Déduis alors clairement, la solution de l'équation $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$. **1 pt**

B/

- Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $N^2 = 40 + 42i$. **0,5 pt**
- On considère l'équation (F): $z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0$ où θ est un réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$.
a) Résous cette équation dans $\mathbb{C}$. **0,75 pt**
b) On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de (F) avec $\text{Im}(z_1) > 0$. Calcule en fonction de θ le nombre complexes $X = z_1^2 + z_2^3$ tout en réduisant au maximum. **0,75 pt**

EXERCICE 2 : 02,00 points

- Rappelle le **théorème des valeurs intermédiaires** pour une fonction f à variable réelle donnée. **0,25 pt**
- Donne l'un des énoncés de l'**inégalité des accroissements finis** pour une fonction g à variable réelle donnée. **0,25 pt**
- On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x + \sqrt{x}$.
a) Justifie que h est dérivable sur $I = [1; 4]$ et montre que pour tout $x \in I$, on a :
$$\frac{5}{4} \leq h'(x) \leq \frac{3}{2}$$
 0,75pt
b) Soit $x \in I$. En appliquant l'inégalité des accroissements finis sur $[1; x]$, montre que pour tout $x \in I$, on a : $\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \leq h(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. **0,75 pt**

EXERCICE 3 05,75 points

Le A et le B sont dépendants.

A/ Soit g la fonction définie sur $K = [0; +\infty[$ par $g(x) = -3 + (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}$.

- Montre que pour tout $x \in K$, $g'(x) = 3x\sqrt{x^2 + 1}$; puis dresse le tableau de variation de g sur K (On justifiera clairement au préalable la dérivabilité de g sur K). **1 pt**
- Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement une seule solution t sur K . **0,5 pt**
- a) Justifie que $1 \leq t \leq 2$ puis donne une valeur approchée de t à 10^{-3} près. **0,5 pt**
b) Déduis le signe de g sur K en fonction de t . **0,25 pt**

B/ On considère la fonction f définie sur K par $f(x) = \frac{-3x}{\sqrt{x^2+1}} + x - 1$ et de courbe représentative (C_f) dans le repère orthonormé $R = (O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité le centimètre.

- Etudie la branche infinie de f en $+\infty$ tout en donnant une conclusion définitive. **0,75 pt**

2. Montre que pour tout $x \in K$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ (On justifiera clairement au préalable la dérivabilité de f sur K). 0,5 pt
3. Dresse le tableau de variation de f sur K . 0,5 pt
4. Justifie que pour tout $x \in K$, $x - \sqrt{x^2 + 1} < 0$ et déduis la position relative de (C_f) par rapport à la droite $(D): y = x - 4$. 0,5 pt
5. Montre que $f(t) = -t^3 - 1$. 0,5 pt
6. Construis soigneusement (C_f) et (D) dans R . 0,75 pt

EXERCICE 4

02,50 points

L'entreprise **PHARMATEL** est une **S.A.R.L** créée au tout début de l'année **2017** qui fait dans l'électronique grand public et industriel. Cependant, la comptable **CHANTALE** a disposé les ventes annuelles en dizaine de milliers de FCFA sur 8 années consécutives comme l'indique le tableau ci-dessous. On note X la variable du caractère (**numéro de l'année**) et x_i avec $i \in \{1; 2; 3; \dots; n\}$ une de ses modalités puis Y celle du caractère (**valeur des ventes**) en dizaine de milliers de FCFA de **PHARMATEL** et y_i avec $i \in \{1; 2; 3; \dots; n\}$ une de ses modalités où $n \in \mathbb{N}^*$.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
$X(x_i)$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Y(y_i)$	9,1	11	12,5	15,5	18	18,7	20	23

1. Représente le nuage de points de la série double $(X; Y)$. 0,5 pt
2. Calcule le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y et interprète le résultat. 1 pt
3. a) Trouve une équation de la droite de gression (L) de y en x . 0,5 pt
 b) Déduis une estimation des ventes de **PHARMATEL** en **2028** si la situation économique ne change pas. 0,5 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

05,00 points

SITUATION : Résoudre des problèmes de la vie active à partir des ressources mathématiques telles que : les suites numériques, les nombres complexes et les fonctions continues

Pour les projets de fin d'année (carreler son bureau et acheter un nouveau dispositif électronique appelé Microcontrôleur **ATMEGA 328P** qui coûte **10 000 FCFA**), **M. LANDRY** chef de projet et de concrétisation électronique à **PHARMATEL** a placé une somme de **40.000FCFA** en bourse le 1er Février 2025, cette somme évolue mensuellement suivant la progression U définie par : $U_2 - \frac{1}{2}U_1 - U_0 = 10\,000$ où U_0 est la somme en bourse le 1er Février 2025 et U_n est celle après n mois. **M. Landry affirme qu'après évaluation du devis, pour réaliser tous ces projets ; il aura besoin d'une somme totale de 1 560 000 FCFA.**

Il souhaite carreler ce bureau avec des carreaux de dimension **20cm x 20cm** dont la pièce coûte **1950FCFA**. Les 04 coins de son salon sont matérialisés dans le plan réel d'unité le mètre par les points $A; B; C$ et D dont les coordonnées (**pas forcément respectifs**) sont $(R_e(z_1); Im(z_1)), (R_e(z_2); Im(z_2)), (R_e(z_3); Im(z_3))$ et $(R_e(z_4); Im(z_4))$ tel que $ABCD$ soit de sens direct. On notera que $z_1; z_2; z_3$ et z_4 sont les solutions de l'équation complexe (E) définie par : $[z^2 - (2 + 4i)z - 3 - 4i][z^2 - (10 - 4i)z + 21 - 28i] = 0$. (**Pour une quelconque représentation graphique illustrative, on travaillera avec le centimètre**).

M. LANDRY désire changer le logo de l'entreprise et pour cela il fait appel au designer **DIEGO** de l'entreprise qui doit alors réaliser le logo à l'aide de la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0; 1]$ par : $f(x) = \sqrt{5x}$, de celle de sa bijection réciproque f^{-1} , puis réaliser leurs symétriques par rapport aux axes et à l'origine du repère. **Pour ce logo uniquement, l'unité graphique est de 5cm.**

TACHES :

1. La somme d'argent que **M. LANDRY** va retirer en bourse le premier février 2026 va-t-elle suffire pour la réalisation des projets ? 1.5 pt
2. Combien a prévu **M. LANDRY** pour carreler son bureau et a-t-il pu acheter l'**ATMEGA 328P** ? 1.5 pt
3. Aide **DIEGO** à savoir comment sera le logo en le réalisant soigneusement. 1.5 pt

Présentation générale :

0,5 pt

Question Bonus : Montre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$. 1,5 pt