Ministère des Enseignements Secondaires **Année scolaire 2025/2026**
Collège Bilingue DU VAAL **Epreuve : Mathématiques**
Classe : Tle **Série : C** **Durée : 03h30** **Coef : 7**

EVALUATION SYNTHETIQUE DU 17 JANVIER 2026.

L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur deux pages.

PARTIE A : Évaluation des ressources/ (15 points)

EXERCICE 1/ (04,75 points)

1) Déterminer toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $729z^6 - 27z^3 + 1 = 0$. **0,75pt**
2) On considère l'équation (1) : $x^3 - x^2 + \frac{1}{27} = 0$. On pose $t = u + v = x - \frac{1}{3}$ avec $(u, v) \in \mathbb{C}^2$ et $t \in \mathbb{R}$.

a) Prouver que l'équation (1) admet trois solutions réelles. **0,75pt**

b) Montrer que t vérifie la relation (E') : $t^3 - \frac{1}{3}t - \frac{1}{27} = 0$. **0,25pt**

c) Montrer que (E') est réalisée lorsque : $u^3 + v^3 = \frac{1}{27}$ et $uv = \frac{1}{9}$. **0,5pt**

d) En déduire les valeurs de t. **0,5pt**

e) Ecrire les solutions de (1) sous la forme $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos\left(\frac{k\pi}{9}\right)$; k étant un entier naturel inférieur à 9. **0,5pt**

3) Soit a, b, c et d quatre chiffres non nuls de la numération décimale. On veut déterminer le nombre de quatre chiffres $\boldsymbol{abcd}$ tel que : $abc + dab + cda + bcd = abcd$ $(*)$.
   a) Montrer que $abc + dab + cda + bcd$ est un multiple de 111. **0,5pt**
   b) Montrer à partir de $(*)$ que $a + c \equiv 0[11]$. **0,5pt**
   c) Déterminer le nombre $\boldsymbol{abcd}$ recherché. **0,5pt**

EXERCICE 2/ (5,75 points)

L'espace affine euclidien E est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère les points $A(1; 0; 2), B(3; 1; 2), C(0; -2; -1)$ et $D(2; -2; 3)$; f est l'application de $\mathcal{E}$ dans lui-même qui à tout point $M(x; y; z)$ associe le point $M'(x'; y'; z')$ tel que $x' = \frac{1}{3}(-2x - 2y + z + 3)$; $y' = \frac{1}{3}(-2x + y - 2z + 6)$ et $z' = \frac{1}{3}(x - 2y - 2z + 9)$.

1) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires, puis déduire le volume du tétraèdre ABCD. **0,75pt**
2) On considère le plan (P) d'équation $x - 2y + z - 3 = 0$ et (D) la droite d'équation : $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$.
   a) Démontrer que (P) et (D) sont perpendiculaires et préciser les coordonnées de leur point d'intersection Ω. **0,75pt**
   b) Ecrire l'expression analytique de la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P). **0,5pt**
   c) Montrer que f est un demi-tour d'axe (D). **0,75pt**
   d) Déterminer et caractériser $S_{(P)} o f$. **0,25pt**
3) Soit E un espace vectoriel de dimension 3 et de base $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On considère φ l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ associe le vecteur $\varphi(\vec{u}) = \frac{1}{2}(x + z)\vec{\imath} - \frac{1}{2}(-x + 2y - z)\vec{\jmath} + \frac{1}{2}(x + z)\vec{k}$.

a) Déterminer la matrice M de φ dans la base B. **0,25pt**

b) Calculer M^2 que peut-on conclure ? **0,5pt**

c) Vérifier que le vecteur $\vec{u} - \varphi(\vec{u})$ appartient à $Ker\varphi$. **0,25pt**

d) Vérifier que le $\vec{v} \in Im\varphi$ si et seulement si $\varphi(\vec{v}) = \vec{v}$. **0,25pt**

e) Déterminer $Ker\varphi$ et donner une base $\vec{e}_1$;déterminer $Im\varphi$ et donner une base $\vec{e}_2$ et $\vec{e}_3$. **1pt**

f) Déterminer la matrice de φ dans la base $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. **0,5pt**

EXERCICE 3/ **(04,5 points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $7x - 12y = 1$. **0,75pt**
2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère la transformation f du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = -(\sqrt{3}+i)z - 1 + i(1+\sqrt{3})$. Soit Ω un point d'affixe i . On définit une suite (M_n) tel que $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i, \forall n \in \mathbb{N}, M_{n+1} = f(M_n)$. On désigne par M_n le point image de l'affixe z_n dans le plan complexe.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

b) Calculer ΩM_0 et donner la mesure de l'angle $(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0})$. **0,5pt**

c) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0 - i)$.
0,75pt

d) Calculer ΩM_n puis déterminer le plus petit entier n tel que $\Omega M_n \geq 10^2$. **0,5pt**

e) Soit (D) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que $Im(z) = 1$ et $Re(z) \geq 0$.
Caractériser géométriquement (D). **0,25pt**

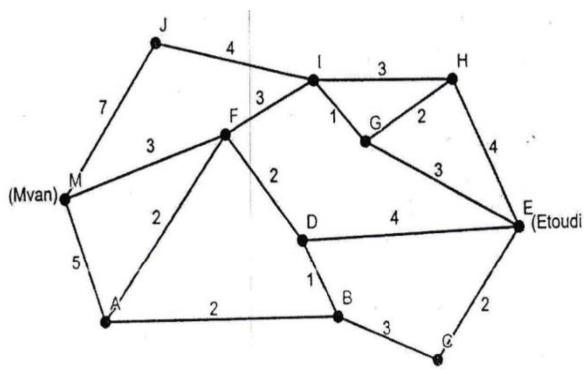
f) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que les points M_n appartiennent à la demi-droite d'origine Ω dirigée par le vecteur $\vec{u}$. Préciser son plus petit élément. **0,75pt**

PARTIE B : Évaluation des compétences **(04,5 points)**

Monsieur ESSOH un homme robuste qui pèse 87kg a été nommé le 30 Mai 2025 comme directeur général d'une société à DOUALA donc la direction général se trouve à YAOUNDE plus précisément au quartier ETOUDI. Durant ses sept premiers mois de travail il a consigné le bilan financier dont les bénéfices mensuels en millions de FCFA sont indiqué dans le tableau suivant :

Mois	juin	juillet	Août	septembre	octobre	Novembre	Décembre
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6	7
Bénéfice y_i	395	374	p	334	312	q	266

Les bénéfices mensuels réalisés aux mois d'Août et Novembre ont été tacheté néamoins M. ESSOH se rappelle que ces valeurs l'avaient pemis d'obtenir par la méthode de moindre carrés la droite de regression de y en x d'équation $y = -22x + 419$. Il doit se rendre à yaoundé pour une réunion qui se tiendra à la direction générale. Il arrive à l'entrée de ville de yaoundé au lieu dit MVAN il s'arrete dans une station. son véhicule consomme 0,4 litre d'essence par kilomètre et le litre est vendu à 840 FCFA . les differents itinéraires qu'il peut emprunter pour se rendre à la reunion sont ceux d'un réseau routier dégradé, représenté à l'aide du graphe ci-contre, pour lequel les sommets sont des carrefours et les nombres, les distances en Km entre ces carrefours.



Dès sa nomination dans cette entreprise, M ESSOH faire du sport chaque semaine pour garder la forme et bonne santé. Chaque seance lui fait perdre $0{,}50\%$ de son poids et il consomme des aliments et boissons qui lui ajoute 350g avant la prochaine seance.

1) Déterminer le montant minimum que doit débourser M. ESSOH pour l'achat de l'essence qui lui permettra de se rendre à la réunion dépuis MVAN. **1,5pt**
2) Déterminer quantité de poids que doit perdre M. ESSOH s'il maintient ces seances de sport sans jamais manqué. **1,5pt**
3) Déterminer le bénéfice mensuel réalisé au cours du mois d'Août et Novembre . **1,5pt**

Présentation 0,5pt