COLLEGE SAINTE THERESE DE MVA'A		
Département de mathématiques		**Année scolaire : 2025-2026**
Classe : Terminale C		**Durée : 4h**
Examinateur : M. NDONGO		**Coefficient : 07**
Composition N° 1 du 2er trimestre		

PARTIE A : évaluation des ressources 15 pts

Exercice 1 : (02,25pts)

On veut résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système (S) : $\begin{cases} a+b=32 \\ PPCM\ (a;b)=60 \end{cases}$

1- Montrer que si a et b sont premiers entre eux, alors il en est de même de a + b et ab. (On pourra remarquer $a^2 et\ b^2$ sont premiers entre eux). **0,5pt**

2- On pose δ= PGCD (a, b) et on définit a' et b' par $a = \delta a' et\ b = \delta b'$

a) Montrer que a' et b' sont premiers entre eux. **0,25pt**

b) Justifier que δ est un diviseur commun de 32 et 60 puis déterminer les valeurs possibles de δ. **0,75pt**

c) En utilisant la question (1), déterminer la valeur de δ puis les solutions de (S). **0,75pt**

Exercice 2 : (02,5pts)

On considère le tableau statistique suivant où $\bar{x} = 75$ et cov(x,y)=20

X_i	X_1	60	70	X_4	90	100
Y_i	9	8	8	6	5	4

1) Déterminer X_1 et X_4 **(1pt)**
2) Déterminer le coefficient de corrélation r et apprécier-le. **(0,75pt)**
3) Déterminer une équation de la droite de régression de X en Y. **(075pt)**

Exercice 3 : (05,25points)

I- E est un espace vectoriel de (ε) dont une base est $B = (\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. L'endomorphisme f de E et définie par $f(\vec{\imath}) = -\vec{\imath} + 2\vec{k}; f(\vec{\jmath}) = \vec{\jmath} + 2\vec{k}\ et\ f(\vec{k}) = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$.

1- Déterminer l'expression analytique de f et la matrice de $f0f$ dans la base B. **1pt**

2- Démontrer que :

a) Ker$f$ est une droite vectorielle dirigée par $\vec{e}_1$ à préciser **0,5pt**

b) Imf est un plan vectoriel dont une base est $(\vec{e}_2;\ \vec{e}_3)$ que l'on précisera. **0,75pt**

c) Ecrire alors la matrice M'de f dans la base B'. **0,75pt**

II- L'espace (ε) est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. On donne : A$(-1;2;1)$; B$(1;-6;-1)$; C$(2;2;2)$; D$(0;1;-1)$

1- Calculer l'aire du triangle ABC **(0,75pt)**

2- Déterminer une équation cartésienne du plan (P) contenant les points A, B et C. **0,5pt**

3- Quelles sont coordonnées du point H projeté orthogonal de D sur le plan (P). **0,5pt**

Exercice 4 : 05points

I- Soit la fonction f définit par $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{x}{2\sqrt{1+x^2}}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique sur les axes 2cm.

1- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. (on précisera ses branches infinies). **1pt**

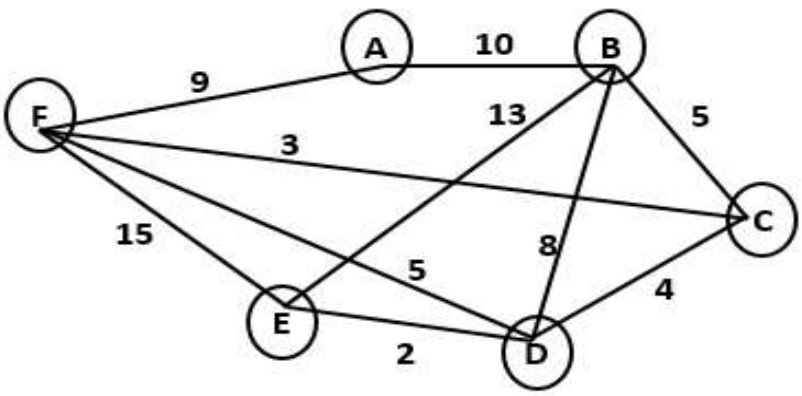
2- Montrer que f admet une bijection réciproque f^{-1}. **0,25pt**

3- Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution $\alpha \in [-1; 0]$. **0,5pt**
4- Tracer la courbe (C_f) et $(C_{f^{-1}})$dans le même repère (on tracera $(C_{f^{-1}})$ en pointillés). **0,75pt**

II- On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \epsilon \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
1) Montrer que pour tout $n \epsilon \mathbb{N}$, $u_n \epsilon [-1; 0]$, on pose $I = [-1; 0]$. **(0,5pt)**
2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente. **0,5pt**
3) a) montrer que pour tout réel $x \epsilon I, |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ **0,25pt**
   b) montrer que pour tout $n \epsilon \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \propto| \leq \frac{1}{2}|u_n - \propto|$ puis en déduire que $|u_n - \propto| \leq \frac{1}{2^n}$. **(0,75pt)**
4) Déterminer le plus petit entier naturel $n_0$tel que pour tout $n \geq n_0$; u_n soit une valeur approchée de $\propto$ à 10^{-2} près. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPTENCES 05PTS

MOGO est un jeune agriculteur qui possède un champ de maïs. Il a l'habitude d'écouler une partie de sa production dans les marchés périodiques non loin de son magasin. Afin d'économiser en temps et en carburant, in voudrait à bord de sa camionnette connaitre la plus petite distance quittant de son magasin F à tous les autres points de vente A, B, C, D, E.



Son champ a une forme telle que dans le plan complexe rapporté à un orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est l'ensemble des points M d'affixe $\mathbb{Z}$ tel que $\left(arg\frac{z-3i}{z+2i}\right) = \frac{\pi}{3} + k\pi$ $(k\epsilon\mathbb{Z})$. Il voudrait clôturer ce terrain à l'aide d'un grillage vendu à 5 000 Fcfa les 3m. MOGO décide de se rendre à la réception chez son ami KANSES où il trouve un groupe composé d'hommes et de femmes, ce groupe décide de se partager 100 fruits lors du désert. Les hommes prennent 08 fruits chacun et les femmes 05 fruits chacune.

Tâches :

1- Combien pouvait-il y avoir d'hommes et de femmes dans ce groupe à la réception chez son ami KANSES ? **1,5pts**
2- Quelles est la plus petite distance de son magasin F à tous les autres points de vente ? **1,5pts**
3- Combien va-t-il dépenser MOGO pour clôturer son champ ? **1,5pt**

Présentation (0,5pt)